Prezenta lucrare conține ______ pagini

Numele:..
....
Inițiala prenumelui tatălui: ....
Prenumele:..
....
Școala de proveniență: ....
....
Centrul de examen: ....
Localitatea:..
Județul: ....

Nume și prenume asistent	Semnătura

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023 – 2024

Matematică

A	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

B	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

C	COMISIA DE EVALUARE	NOTA (CIFRE ȘI LITERE)	NUMELE ȘI PRENUMELE PROFESORULUI	SEMNĂTURA
	EVALUATOR I			
	EVALUATOR II			
	EVALUATOR III			
	EVALUATOR IV			
	NOTA FINALĂ			

[redacted]

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

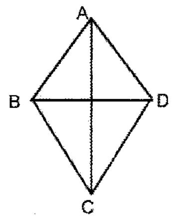
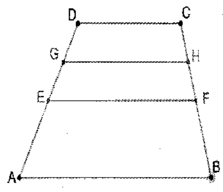
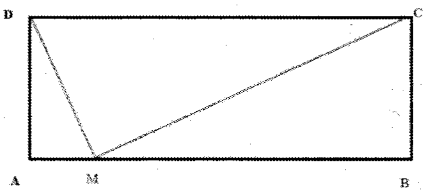
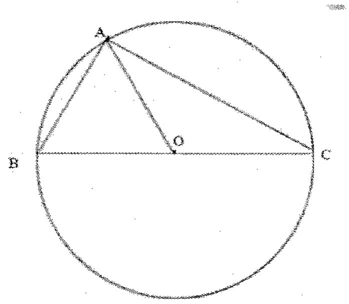
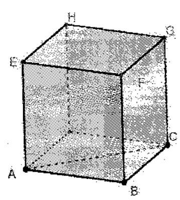
Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect (30 puncte)

1. 5p	Rezultatul calculului $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$ este : a) 0 b) $\frac{1}{5}$ c) $-\frac{1}{5}$ d) $\frac{1}{2}$
2. 5p	Dacă două caiete şi un pix costă 17 lei, iar două pixuri şi un caiet costă 19 lei, atunci un caiet costă: a) 10 lei b) 51 lei c) 5 lei d) 55 lei
3. 5p	Se consideră mulţimea A $=\{x \in \mathbb{Z} \,/\, x^2 \leq 2\}$. Numărul elementelor mulţimii A este: a) 3 b) 5 c) 2 d) 0
4. 5p	Dintre numerele $\frac{2}{5}$; $0{,}45$; $0{,}4(5)$; $0,(45)$ cel mai mare este: a) $\frac{2}{5}$ b) 0,45 c) 0,4(5) d) 0,(45)
5. 5p	Soluția ecuației $2-3{,}5x=-33$ este: a) 1 b) 10 c) -10 d) -1
6. 5p	Afirmaţia: „Ştiind că $x+\frac{1}{x}=5$, deducem că $x^2+\frac{1}{x^2}=25$.” este: a) Adevărată b) Falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuieşte litera corespunzătoare răspunsului corect (30 puncte)

<table>
<tr><td>1. 5p</td><td>Se consideră punctele A, P, B, coliniare, astfel încât $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{5}$. Ştiind că lungimea segmentului AB este 10 cm, atunci lungimea segmentului BP este:
a) 2,5 cm
b) 6 cm
c) 4 cm
d) 2 cm

</td></tr>
<tr><td>2. 5p</td><td>Un romb are diagonalele de 20 cm, respectiv 48 cm. Semiperimetrul rombului este:
a) 26 cm
b) 52 cm
c) 68 cm
d) 104 cm

</td></tr>
<tr><td>3. 5p</td><td>În trapezul ABCD, $AB \parallel DC, AD \nparallel BC$, E şi F sunt mijloacele laturilor AD şi BC, G şi H sunt mijloacele segmentelor DE şi CF. Dacă DC=8 cm şi AB=16 cm, atunci lungimea segmentului GH este de:
a) 6 cm
b) 12 cm
c) 24 cm
d) 10 cm

</td></tr>
<tr><td>4. 5p</td><td>Figura alăturată reprezintă schiţa unui teren în formă de dreptunghi ABCD. Punctul M se află pe latura AB, astfel încât $\sphericalangle ADM = \sphericalangle CMB = 30^0$. Atunci măsura unghiului dintre dreptele DM şi CM este:
a) 25^0
b) 60^0
c) 30^0
d) 90^0

</td></tr>
<tr><td>5. 5p</td><td>Se consideră triunghiul ABC înscris în cercul $\mathcal{C}$ de centru O şi rază 9 cm. Ştiind că latura BC are lungimea de 18 cm, iar triunghiul ΔOBA este echilateral, lungimea laturii AC este:
a) $9\sqrt{3}$ cm
b) $6\sqrt{3}$ cm
c) $18\sqrt{3}$ cm
d) $12\sqrt{3}$ cm

</td></tr>
<tr><td>6. 5p</td><td>Dacă ABCDEFGH este un cub cu lungimea segmentului AC de $4\sqrt{2}$ cm, atunci suma tuturor lungimilor muchiilor este:
a) 48 cm
b) $48\sqrt{2}$ cm
c) 16 cm
d) $48\sqrt{2}$ cm

</td></tr>
</table>

SUBIECTUL al III-lea

Scrieţi rezolvările complete (30 puncte)

5p **1.** Se consideră numerele naturale a, b şi c, al căror produs este 120. Se ştie că a şi b sunt direct proporţionale cu 3 şi respectiv 5, iar b şi c sunt invers proporţionale cu 2 şi respectiv 10.

(2p) a) Andreea consideră că a < b < c. Justificaţi dacă afirmaţia sa este adevărată.

(3p) b) Detemină suma celor 3 numere.

5p **2.** Se consideră $E(x) = \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right) : \frac{2x+3}{x^2+3x+2} - 3$, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq -2$ şi $x \neq -\frac{3}{2}$.

(2p) a) Arătaţi că $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

(3p) b) Arătați $E(x)$ nu depinde de x, unde x este număr real, $x \neq -1,\ x \neq -2$ și $x \neq -\frac{3}{2}$.

5p **3.** Se consideră sistemul de două ecuații liniare cu două necunoscute:

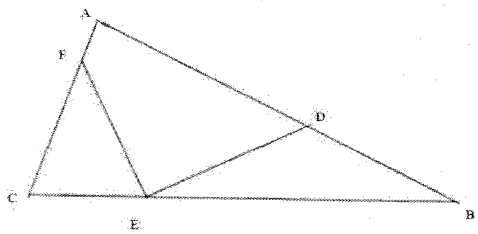
$$\begin{cases} \dfrac{x+2}{y+1} = \dfrac{x+1}{y} \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$$

(2p) a) Verificați dacă perechea $(2;3)$ este soluție a sistemului de ecuații.

(3p) b) Rezolvați sistemul în mulțimea numerelor reale.

5p

4. În figura alăturată, pe laturile AB, BC și AC ale triunghiului ABC se consideră punctele D, E și F, astfel încât DB≡DE, FE≡FC și DE⊥EF.

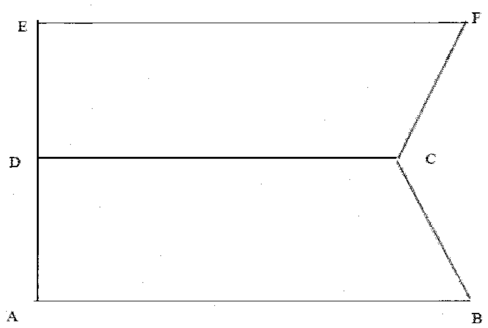


(2p) a) Demonstrează că triunghiul ABC este dreptunghic.

(3p) b) Dacă M este mijlocul segmentului DF, arată că triunghiul AME este isoscel.

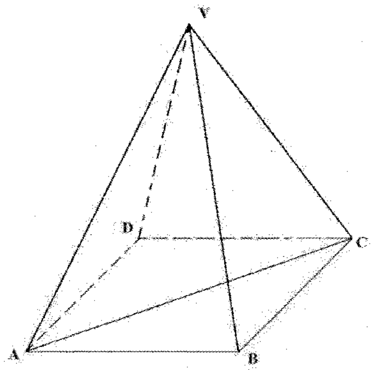
5p

5. Figura alăturată reprezintă un steag format din două trapeze dreptunghice ABCD și EFCD, AE⊥DC, în care AB=EF=8 dm, DC=6 dm, AD=$2\sqrt{3}$ dm și punctul D este mijlocul segmentului AE.



(2p) a) Calculați aria trapezului ABCD.

(3p) b) Arătați că măsura unghiului BCF este 120^0.

5p	**6.** Se consideră piramida patrulateră regulată VABCD, cu înălțimea VO de 4 cm și latura bazei egală cu $4\sqrt{2}$ cm. **(2p) a)** Determinați măsura unghiului AVC.  **(3p) b)** Determinați cosinusul unghiului dintre o față laterală și planul bazei.

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Se acordă zece puncte din oficiu.
Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.
SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:
Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.
Nu se acordă punctaje intermediare.
SUBIECTUL al III-lea
Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	d)	5 p
2.	c)	5 p
3.	a)	5 p
4.	c)	5 p
5.	b)	5 p
6.	b)	5 p

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.	b)	5 p
2.	b)	5 p
3.	d)	5 p
4.	d)	5 p
5.	a)	5 p
6.	a)	5 p

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1.	a) Se scriu relațiile obținute din proporționaliate $\frac{a}{3}=\frac{b}{5}$ și $2b=10c$	1 p
	Se obțin egalitățile $a=3k, b=5k, c=k$, deci afirmația nu este adevărată	1 p
	b) Se scrie relația $a \cdot b \cdot c = 120$; $3k \cdot 5k \cdot k = 120$	1 p
	Prin calcul se obține $k^3 = 8$; $k=2$	1 p
	Deci $a=6, b=10, c=2, a+b+c=18$	1 p
2.	a) Relația $x^2+3x+2=x^2+2x+x+2$	1 p
	Dând factor comun se obține $x^2+2x+x+2=(x+1)(x+2)$	1 p

	b) Expresia se rescrie $E(x) = \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} : \frac{2x+3}{x^2+3x+2} - 3$ Expresia se rescrie $E(x) = \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} \cdot \frac{(x+1)(x+2)}{2x+3} - 3$ Expresia se rescrie $E(x) = 1 - 3$, deci $E(x) = -2$, deci nu depinde de x	1 p 1 p 1 p
3.	a) Perechea $(2; 3)$ este soluție a primei ecuații Perechea $(2; 3)$ NU este soluție a celei de-a doua ecuații, deci NU este soluție a sistemului	1 p 1 p
	b)Se rescrie sistemul $\begin{cases} xy + 2y = xy + x + y + 1 \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$ Se rescrie sistemul $\begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$ Se obține soluția $x = 3, y = 4$	1 p 1 p 1 p
4.	a) DB≡DE, deci triunghiul DEB isoscel de bază EB, deci ∢DEB= ∢DBE FE≡FC, deci triunghiul FEC isoscel de bază EC, deci ∢FEC= ∢FCE Dar, DE⊥EF, deci ∢FEC+∢DEB= 90^0 Cum ∢FEC+∢DEB= 90^0, atunci ∢ACE+∢ABC= 90^0, deci ∢CAB= 90^0	1 p 1 p
	b) Triunghiul FAD deptunghic de ipotenuză FD, AM med., deci AM=$\frac{1}{2}$FD Triunghiul FED deptunghic de ipotenuză FD, EM med., deci EM=$\frac{1}{2}$FD Finalizare: AM=EM, deci triunghiul AEM este isoscel de bază AE	1 p 1 p 1 p
5.	a) Formula: $A_{trapez} = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$, deci $A_{ABCD} = \frac{(AB+CD)\cdot AD}{2}$, Finalizare $A_{ABCD} = 14\sqrt{3}$ cm^2.	1 p 1 p
	b) Construim CM⊥AB, M∈AB, de obțin ADCM dreptunghi și triunghiul CMB dreptunghic de ipotenuză BC; prin calcul se obține ∢MCB= 30^0 Analog construim CN⊥FE, N∈FE, dem. punctele M, C, N coliniare Finalizare: ∢BCF=$180^0 - 30^0 - 30^0 = 120^0$	1 p 1 p 1 p
6.	a) ABCD pătrat, AC=BD=l$\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8$ cm Triunghiul VAC isoscel, AC=8cm, VO înălțime, mediană, VO=4 cm, (reciproca teoremei medianei) triunghiul VAC este dreptunghic de ipotenuză AC, $\sphericalangle AVC = 90^0$	1 p 1 p
	b) fie VM apotema piramidei, VM⊥BC, M∈BC, VM=$2\sqrt{6}$ cm $cos\sphericalangle((VBC),(ABC)) = cos\sphericalangle(VM, OM) = \cos\sphericalangle VMO$ În triunghiul dreptunghic VOM: $\cos\sphericalangle VMO = \frac{MO}{VM} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1 p 1 p 1 p