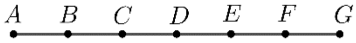
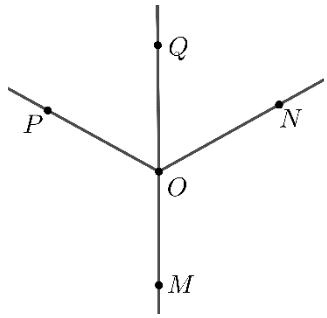
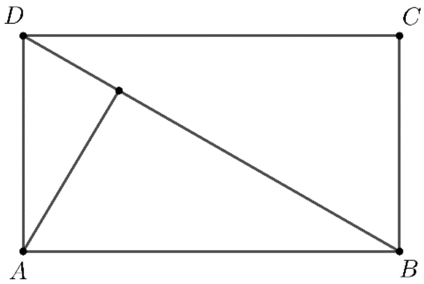
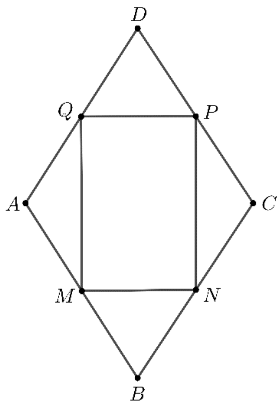
SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

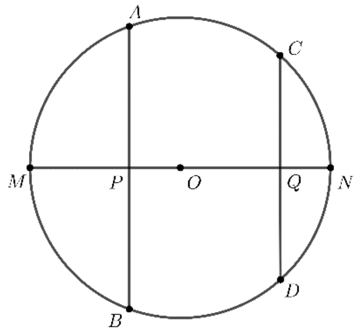
5p	**1.** Suma tuturor numerelor naturale, care sunt divizori ai numărului 20, este egală cu: **a)** 8 **b)** 20 **c)** 21 **d)** 42
5p	**2.** Știind că a și b sunt numere reale și $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$, expresia $1,5\cdot a-b$ este egală cu: **a)** $-0,5$ **b)** 0 **c)** $1,5$ **d)** $3,5$
5p	**3.** Două turnuri au înălțimile de $120\,\text{m}$, respectiv $10\,\text{dam}$. Diferența pozitivă a înălțimilor celor două turnuri este egală cu: **a)** $119\,\text{m}$ **b)** $110\,\text{m}$ **c)** $20\,\text{m}$ **d)** $2\,\text{m}$
5p	**4.** Se consideră numărul rațional $1,(3)$. Aproximarea prin lipsă la sutimi a acestui număr este egală cu: **a)** $1,30$ **b)** $1,33$ **c)** $1,34$ **d)** $1,40$
5p	**5.** Se consideră numărul real $a=-\left(3+2\sqrt{2}\right)\left(3-2\sqrt{2}\right)$. Patru elevi au calculat a^{2021} și au scris rezultatele în tabelul următor. Andrei: 0 Valentina: 1 Mihai: –1 Rada: 2021 Dintre cei patru elevi, cel care a scris rezultatul corect este: **a)** Andrei **b)** Valentina **c)** Mihai **d)** Rada
5p	**6.** Un biciclist s-a deplasat cu viteza de 15 km/h pe o distanță de 6 km. Un pieton s-a deplasat cu viteza de 3 km/h pe o distanță de 1 km. Afirmația „Timpul de deplasare a biciclistului este egal cu timpul de deplasare a pietonului.” este: **a)** adevărată **b)** falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** În figura alăturată sunt reprezentate, în această ordine, punctele coliniare A, B, C, D, E, F și G, astfel încât $AB = BC = CD = DE = EF = FG = 2$ cm. Distanța dintre simetricul punctului E față de punctul C și simetricul punctului E față de punctul F este egală cu:  **a)** 6 cm **b)** 8 cm **c)** 10 cm **d)** 12 cm
5p	**2.** În figura alăturată $\sphericalangle MON$, $\sphericalangle NOP$ și $\sphericalangle POM$ sunt unghiuri congruente în jurul punctului O, iar semidreapta OQ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle NOP$. Măsura complementului unghiului POQ este egală cu:  **a)** $30°$ **b)** $45°$ **c)** $60°$ **d)** $90°$
5p	**3.** În figura alăturată dreptunghiul $ABCD$ reprezintă schița unui parc în care $AB = 40$ m și $BD = 2 \cdot AD$. Știind că în vârful A este plantat un copac, distanța de la baza copacului la aleea BD este egală cu:  **a)** $10\,\text{m}$ **b)** $20\,\text{m}$ **c)** $25\,\text{m}$ **d)** $30\,\text{m}$
5p	**4.** Figura alăturată reprezintă schița unei grădini având forma unui romb $ABCD$ cu $AB = 100$ m și $\sphericalangle ABC = 60°$. Pe suprafața delimitată de patrulaterul $MNPQ$, ale cărui vârfuri sunt mijloacele laturilor rombului dat, sunt cultivate flori, iar restul suprafeței grădinii este acoperit cu gazon. Aria suprafeței grădinii, acoperite de gazon, este egală cu:  **a)** $50\sqrt{3}\,\text{m}^2$ **b)** $250\sqrt{3}\,\text{m}^2$ **c)** $500\sqrt{3}\,\text{m}^2$ **d)** $2500\sqrt{3}\,\text{m}^2$

5p **5.** În figura alăturată AB și CD sunt două coarde perpendiculare pe diametrul MN al cercului de centru O, acestea intersectând MN în punctele P, respectiv Q, astfel încât $OP < OQ$. Patrulaterul convex cu vârfurile în punctele A, B, C și D reprezintă:



a) un trapez dreptunghic
b) un trapez isoscel
c) un dreptunghi
d) un pătrat

5p **6.** Mihai are la dispoziție 216 cubulețe cu muchia de $10\,\text{cm}$, pe care le lipește obținând un cub ale cărui fețe le vopsește. Volumul total al cubulețelor care au exact 3 fețe vopsite este egal cu:

a) 3 dm^3
b) 4 dm^3
c) 6 dm^3
d) 8 dm^3

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Mihai și Ana rezolvă probleme din ultimul număr publicat al revistei *Gazeta Matematică*. Se știe că Ana a rezolvat cu două probleme mai mult decât Mihai.

(2p) a) Dacă problemele rezolvate de cei doi sunt diferite, este posibil ca numărul total de probleme rezolvate de Mihai și Ana să fie 15? Justifică răspunsul.

(3p) b) Știind, că numărul problemelor rezolvate de Mihai reprezintă $\frac{3}{4}$ din numărul problemelor rezolvate de Ana, determină numărul problemelor rezolvate de Ana.

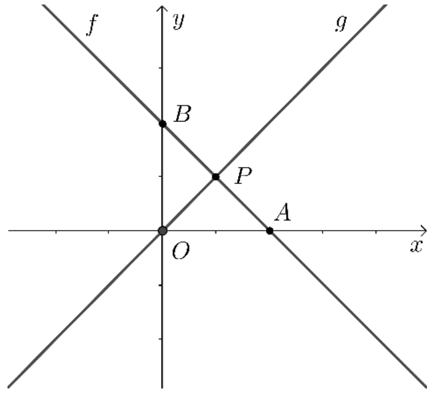
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=(2x+1)^2+(2x-1)^2-4(2x^2-1)$, unde x este număr real.

(2p) a) Calculează $E(10)$.

(3p) b) Determină cel mai mic număr natural nenul n pentru care $n\cdot E(10)\cdot E(11)\cdot\ldots\cdot E(100)$ este pătratul unui număr natural.

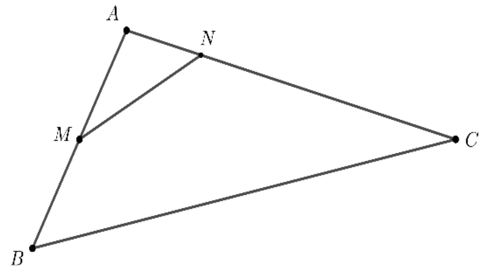
5p **3.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x$

(2p) a) Argumentează că $P(1,1)$ este punctul de intersecție al reprezentărilor geometrice ale graficelor celor două funcții.



(3p) b) Calculează distanța de la originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy la reprezentarea geometrică a graficului funcției f.

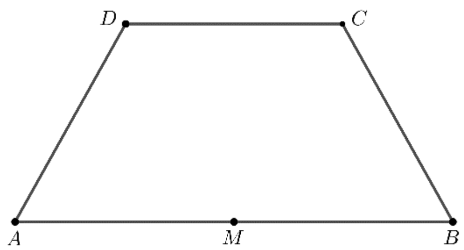
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB = 6\text{cm}$, $AC = 9\text{cm}$ și $BC = 12\text{cm}$, iar M este mijlocul segmentului AB și N este un punct ce aparține segmentului AC, astfel încât $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ANM$.



(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului AMN este egal cu 9cm.

(3p) b) Demonstrează că aria patrulaterului $BMNC$ reprezintă $\frac{8}{9}$ din aria triunghiului ABC.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$. Punctul M este mijlocul bazei mari AB și $AM = AD = CD = 12$ cm.

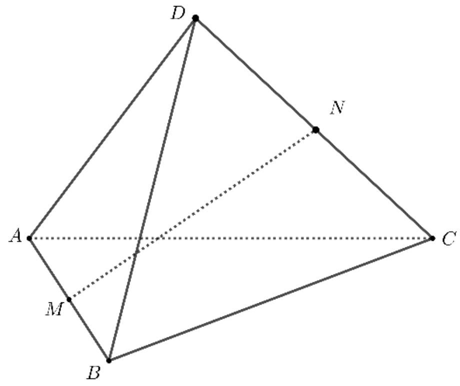


(2p) a) Arată că aria trapezului $ABCD$ este egală cu $108\sqrt{3}$ cm^2.

(3p) b) Demonstrează că bisectoarea unghiului BAD este perpendiculară pe dreapta BC.

5p **6.** O cutie de bomboane de forma unui tetraedru regulat $ABCD$, cu muchia de lungime 12cm, este reprezentată în figura alăturată. Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor AB, respectiv CD.

(2p) a) Arată că MN are lungimea mai mică decât $5\sqrt{3}\text{cm}$.



(3p) b) Determină cosinusul unghiului dintre planele (ABN) și (ABC).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2020 - 2021
Matematică

Testul 13

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**a)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $a=m+2, a+m=15$, unde a reprezintă numărul problemelor rezolvate de Ana și m reprezintă numărul problemelor rezolvate de Mihai	**1p**
	$2m+2=15$, de unde obținem că nu este posibil ca numărul total de probleme rezolvate de Ana și Mihai să fie 15	**1p**
	b) $m=\frac{3}{4}a,$ deci $a+\frac{3}{4}a=15$	**2p**
	$a=8$	**1p**
2.	**a)** $E(10)=21^2+19^2-4\cdot 199$	**1p**
	$E(10)=6$	**1p**
	b) $E(x)=4x^2+4x+1+4x^2-4x+1-8x^2+4=6$, pentru orice număr real x	**1p**
	$n\cdot E(10)\cdot E(11)\cdot ...\cdot E(100)=n\cdot 6^{91}=6\cdot n\cdot 6^{90}$, de unde rezultă că $n=6$	**2p**

3.	**a)** $f(1)=1$, deci $P(1,1)\in G_f$	**1p**
	$g(1)=1$, deci $P(1,1)\in G_g$, de unde rezultă că $P(1,1)\in G_f\cap G_g$	**1p**
	b) $A(2,0)$, $B(0,2)$	**1p**
	$AO=OB=2$, triunghiul AOB dreptunghic în O, deci $AB=2\sqrt{2}$, de unde rezultă că	**1p**
	$d(O,AB)=\dfrac{OA\cdot OB}{AB}=\dfrac{2\cdot 2}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$	**1p**
4.	**a)** $\Delta AMN\sim\Delta ACB\Rightarrow\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{AN}{AB}=\dfrac{MN}{BC}$	**1p**
	$\dfrac{AM+AN+MN}{AB+AC+BC}=\dfrac{AM}{AC}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$, deci $P_{\Delta AMN}=\dfrac{P_{\Delta ABC}}{3}=\dfrac{27}{3}=9\text{cm}$	**1p**
	b) $\Delta AMN\sim\Delta ACB\Rightarrow\dfrac{A_{\Delta AMN}}{A_{\Delta ABC}}=\left(\dfrac{AM}{AC}\right)^2=\dfrac{1}{9}$	**2p**
	$\mathcal{A}_{BMNC}=\mathcal{A}_{\Delta ABC}-\mathcal{A}_{\Delta AMN}=\dfrac{8}{9}\mathcal{A}_{\Delta ABC}$	**1p**
5.	**a)** $\Delta AMD,\Delta DMC,\Delta MCB$ triunghiuri echilaterale congruente	**1p**
	$A_{ABCD}=3\cdot A_{\Delta AMD}=3\cdot\dfrac{12^2\sqrt{3}}{4}=108\sqrt{3}\text{cm}^2$	**1p**
	b) $AMCD$ romb, AC bisectoarea $\sphericalangle BAD$	**2p**
	În ΔABC, $\sphericalangle CAB=30^\circ$, $\sphericalangle ABC=60^\circ\Rightarrow\sphericalangle ACB=90^\circ\Rightarrow AC\perp BC$	**1p**
6.	**a)** Triunghiurile DBC și DAC sunt echilaterale și congruente, deci $BN=AN=6\sqrt{3}\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul ANB este isoscel, deci $MN\perp AB$, $MN=6\sqrt{2}\text{cm}$ și cum $\sqrt{72}<\sqrt{75}=5\sqrt{3}$, obținem că MN are lungimea mai mică decât $5\sqrt{3}$	**1p**
	b) $(ABN)\cap(ABC)=AB$, $NM\perp AB$, $CM\perp AB\Rightarrow\cos(\sphericalangle(ABN),(ABC))=\cos(\sphericalangle NMC)$	**2p**
	$CD\perp(ABN)\Rightarrow CN\perp MN\Rightarrow\cos(\sphericalangle NMC)=\dfrac{NM}{MC}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$	**1p**