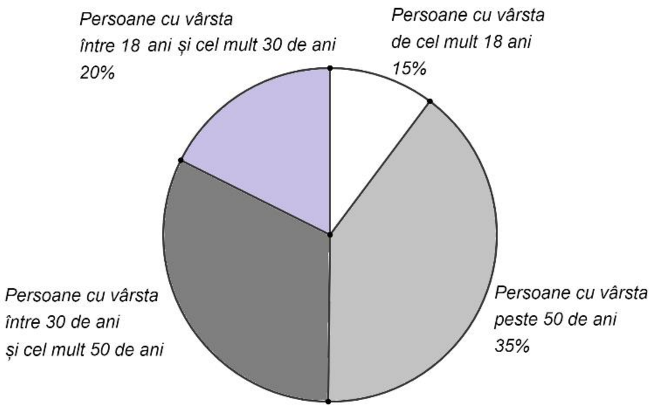
SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Dintre numerele 2020, 2021, 2022 și 2023, numărul divizibil cu 3 este: **a)** 2020 **b)** 2021 **c)** 2022 **d)** 2023
5p	**2.** Cinci kilograme de mere costă $17{,}5$ lei. Două kilograme de mere, de același fel, costă: **a)** $3{,}5$ lei **b)** 7 lei **c)** 14 lei **d)** 35 de lei
5p	**3.** Maria lucrează la un proiect. Pentru acesta, ea măsoară temperatura pe parcursul unei zile, din două în două ore, de la ora $8:00$ până la ora $18:00$. Temperaturile măsurate sunt înregistrate în tabelul de mai jos: <table><tr><td>Ora</td><td>8:00</td><td>10:00</td><td>12:00</td><td>14:00</td><td>16:00</td><td>18:00</td></tr><tr><td>Temperatura (°C)</td><td>−4</td><td>0</td><td>2</td><td>6</td><td>5</td><td>1</td></tr></table>Temperatura înregistrată la ora $14:00$ este mai mare decât temperatura înregistrată la ora $8:00$ cu: **a)** $-9°C$ **b)** $-6°C$ **c)** $8°C$ **d)** $10°C$
5p	**4.** Se consideră numerele reale: $x=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$ și $y=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)$. Dintre enunțurile de mai jos, propoziția adevărată este: **a)** $x=y$ **b)** $0>x>y$ **c)** $x>0>y$ **d)** $x>y>0$
5p	**5.** Tudor, Ilinca, Maria și Mihai calculează produsul numerelor $a=\sqrt{2^2+2^2}$ și $b=\sqrt{2^4+2^4}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor: <table><tr><td>Tudor</td><td>Ilinca</td><td>Maria</td><td>Mihai</td></tr><tr><td>16</td><td>32</td><td>64</td><td>256</td></tr></table>Dintre cei patru elevi, cel care a obținut rezultatul corect este: **a)** Tudor **b)** Ilinca **c)** Maria **d)** Mihai

5p **6.** În diagrama alăturată este reprezentată distribuția celor $100\,000$ de persoane ale unui oraș în funcție de grupa de vârstă din care fac parte.
Numărul de persoane cu vârsta cuprinsă între 30 de ani și cel mult 50 de ani este egal cu:

a) $15\,000$
b) $20\,000$
c) $30\,000$
d) $35\,000$

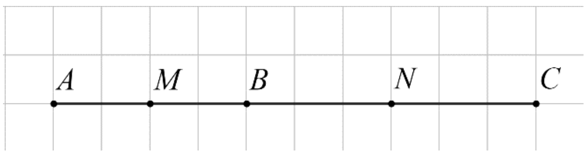


SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

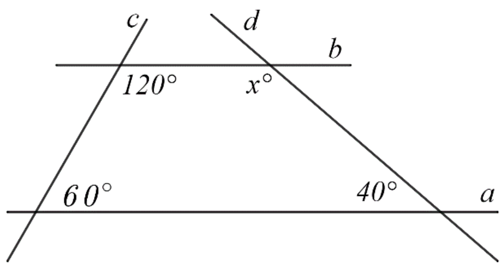
5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C, în această ordine. Punctul M este mijlocul segmentului AB și punctul N este mijlocul segmentului BC. Știind că $MN = 5\text{cm}$, lungimea segmentului AC este egală cu:

a) $2{,}5\text{cm}$
b) 5cm
c) 10cm
d) 20cm



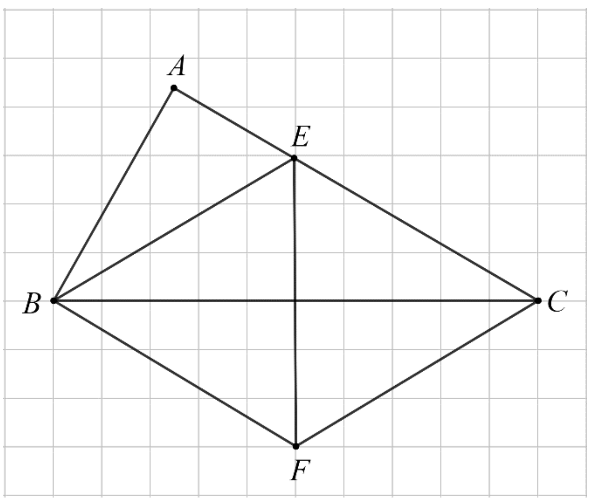
5p **2.** În figura alăturată, paralelele a și b sunt intersectate de dreptele c și d. Valoarea lui x este de:

a) 40
b) 60
c) 120
d) 140



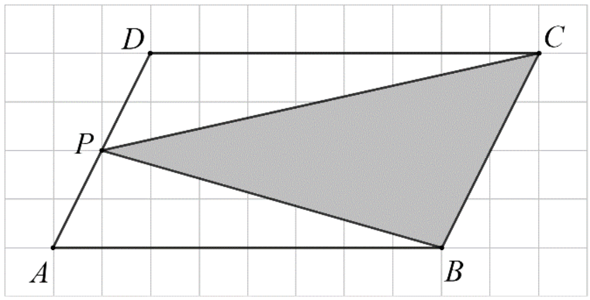
5p **3.** Figura alăturată reprezintă schița unui loc de joacă pentru copii în care triunghiul ABC este dreptunghic în A, unghiul ABC are măsura de $60°$, BE este bisectoarea acestuia, $E \in AC$, iar $AE = 3\text{m}$. Eugen se deplasează în linie dreaptă din punctul E până în punctul F care este simetricul punctului E față de dreapta BC, apoi iarăși în linie dreaptă, din punctul F până în punctul C. Deplasându-se astfel, Eugen a parcurs un traseu de lungime egală cu:

a) 3m
b) 6m
c) 12m
d) 18m



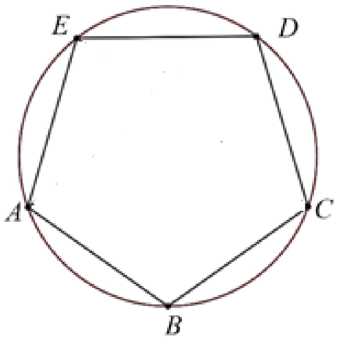
5p **4.** Figura alăturată reprezintă schița unei grădini, în formă de paralelogram $ABCD$. Punctul P este mijlocul segmentului AD. Suprafața corespunzătoare triunghiului PBC este cultivată cu legume. Raportul dintre aria suprafeței cultivate cu legume și aria suprafeței grădinii este egal cu:

a) $\frac{1}{4}$
b) $\frac{1}{3}$
c) $\frac{1}{2}$
d) $\frac{3}{4}$



5p **5.** Punctele A, B, C, D și E sunt situate, în această ordine, pe un cerc, astfel încât coardele AB, BC, CD, DE și AE sunt congruente. Măsura unghiului EAB este egală cu:

a) $72°$
b) $108°$
c) $144°$
d) $288°$



5p **6.** Un acvariu are forma unei prisme drepte cu baza pătrat de latură $6\,\text{dm}$, iar muchia laterală a prismei este de 4 dm. Acvariul este umplut cu apă la jumătatea capacității maxime. Numărul de litri de apă din acvariu este egal cu:

a) 36 de litri
b) 72 de litri
c) 108 litri
d) 144 de litri

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Un test conține 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 4 puncte, pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte și nu se acordă puncte din oficiu.

(2p) a) Este posibil ca Mihai, după ce a parcurs integral testul și a răspuns la toate întrebările, să obțină 65 de puncte? Justifică răspunsul dat.

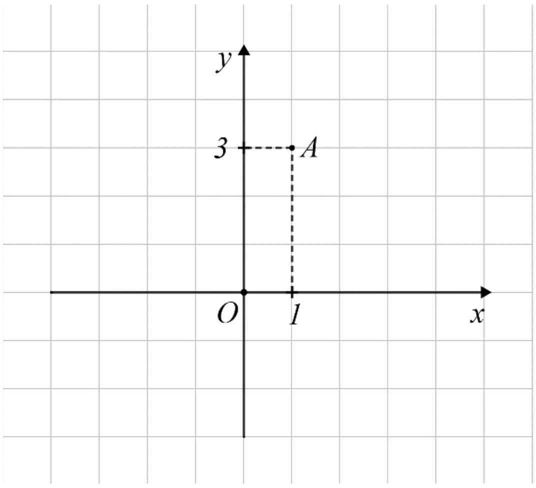
	(3p) b) Silvia a răspuns la toate întrebările testului și a obținut 50 de puncte. Determină numărul de întrebări din test la care Silvia a răspuns corect.
5p	**2.** Se consideră expresia $E(x)=(x\sqrt{2}-3)(x\sqrt{2}+3)-(2x+3)^2+2x(x+6,5)+18$, unde x este număr real. **(3p) a)** Demonstrează că $E(x)=x$, pentru orice număr real x.

(2p) b) Demonstrează că numărul $N = E(1)+E(2)+E(3)+...+E(49)$ este pătratul unui număr natural.

5p **3.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-x+4$.

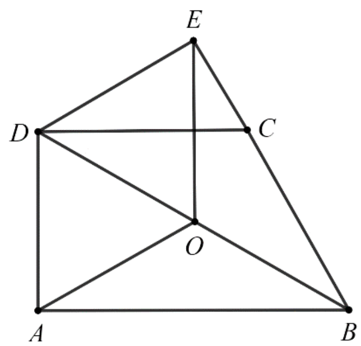
(2p) a) Demonstrează că punctul $A(1,3)$ este punctul de intersecție a reprezentărilor geometrice ale graficelor funcțiilor f și g în sistemul de axe ortogonale xOy.

(3p) b) Demonstrează că, în sistemul de axe ortogonale xOy, distanța dintre punctele B și C care reprezintă intersecția reprezentării geometrice a graficului funcției f, respectiv g, cu axa Ox este egală cu dublul distanței de la punctul $A(1,3)$ la axa Ox.



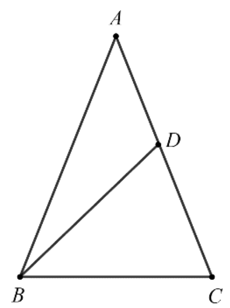
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AD = 6\text{cm}$, $\sphericalangle BCD = 120°$ și $DC = BC$. Punctul E reprezintă proiecția punctului D pe dreapta BC.

(2p) a) Arată că $BD = 12\,\text{cm}$.



(3p) b) Punctul O este mijlocul segmentului BD. Calculează perimetrul patrulaterului $AOED$.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC isoscel, cu $AB = AC = 10\,\text{cm}$ și $BC = 8\,\text{cm}$. Punctul D aparține laturii AC astfel încât $BD = BC$.

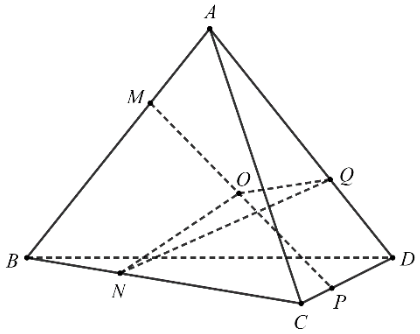


(2p) a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu $8\sqrt{21}\,\text{cm}^2$.

(3p) b) Demonstrează că triunghiul ABD are perimetrul mai mic decât $22\,\text{cm}$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat $ABCD$ cu $AB = 6\,\text{cm}$. Punctele M, N, P și Q aparțin segmentelor AB, BC, CD, respectiv AD, astfel încât $AM = BN = CP = DQ = 2\,\text{cm}$.

a) Demonstrează că unghiul dintre dreptele MN și AC are măsura de $30°$.



(3p) b) Punctul O este mijlocul segmentului MP. Demonstrează că dreapta MP este perpendiculară pe planul (NOQ).

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2020 - 2021
Matematică

Testul 9

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Punctajul pentru răspunsurile corecte este multiplu de 4, deci este număr par, și punctajul pentru răspunsurile greșite este multiplu de 2, deci este număr par	**1p**
	Cum 65 este număr impar și punctajul total nu poate fi decât un număr par, obținem că nu este posibil ca Mihai, după ce a parcurs integral testul și a răspuns la toate întrebările, să obțină 65 de puncte	**1p**
	b) $4x-2(20-x)=50$, unde x este numărul răspunsurilor corecte	**2p**
	$x=15$	**1p**
2.	**a)** $E(x)=2x^2-9-\left(4x^2+12x+9\right)+2x^2+13x+18$	**2p**
	$=2x^2-9-4x^2-12x-9+2x^2+13x+18=x$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $N=1+2+3+\ldots+49=49\cdot 25$	**1p**
	$N=(7\cdot 5)^2=35^2$, așadar N este pătratul unui număr natural	**1p**

3.	**a)** $f(1)=3 \Rightarrow A(1,3) \in G_f$	**1p**
	$g(1)=3 \Rightarrow A(1,3) \in G_g$	**1p**
	b) Intersecția axei Ox cu reprezentarea geometrică a graficului funcției f este punctul $B(-2,0)$, iar pentru funcția g obținem punctul $C(4,0)$, deci $BC=6$	**2p**
	Distanța de la punctul $A(1,3)$ la punctul Ox este egală cu 3, deci BC este dublul acestei distanțe	**1p**
4.	**a)** $DC \parallel AB$ și $DC \equiv CB$, deci $\sphericalangle CDB \equiv \sphericalangle CBD \equiv \sphericalangle DBA$ și cum $\sphericalangle DCB = 120°$, obținem $\sphericalangle DBA = 30°$	**1p**
	În triunghiul ABD dreptunghic în A, $\sphericalangle ABD = 30°$, deci $BD = 2 \cdot AD = 12\text{cm}$	**1p**
	b) Cum DAB și DEB sunt triunghiuri dreptunghice și O este mijlocul ipotenuzei BD, rezultă $AO = EO = \frac{BD}{2} = 6\text{cm}$	**1p**
	$\Delta DAB \equiv \Delta DEB$, rezultă că $DE = AD = 6\text{cm}$	**1p**
	$P_{AOED} = 4AD = 24\text{cm}$	**1p**
5.	**a)** Dacă $AD \perp BC$, $D \in BC$, atunci punctul D este mijlocul segmentului BC $\Rightarrow AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 2\sqrt{21}\text{cm}$	**1p**
	$A_{\Delta ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = \frac{2\sqrt{21} \cdot 8}{2} = 8\sqrt{21}\text{cm}^2$	**1p**
	b) $\Delta ABC \sim \Delta BDC \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{BC}{DC}$	**1p**
	Obținem $DC = 6,4\text{cm}$, deci $AD = 3,6\text{cm}$ și $P_{\Delta ABD} = AB + BD + AD = 21,6\text{cm} < 22\text{cm}$, de unde rezultă că triunghiul ABD are perimetrul mai mic decât 22cm	**2p**
6.	**a)** Considerăm punctul E mijlocul lui NC și obținem $\frac{AM}{BM} = \frac{CE}{BE} \Rightarrow ME \parallel AC$	**1p**
	Așadar $\sphericalangle(MN, AC) = \sphericalangle(MN, ME) = \sphericalangle NME$ și cum MN este mediană în triunghiul echilateral MBE, deci este și bisectoare $\Rightarrow \sphericalangle NME = 30°$	**1p**
	b) $\Delta BMN \equiv \Delta CNP \equiv \Delta DPQ \equiv \Delta AQM \Rightarrow MN \equiv NP \equiv PQ \equiv MQ$	**1p**
	Cum NO și QO sunt mediane în triunghiurile isoscele MNP, respectiv MQP, situate în plane diferite $\Rightarrow NO \perp MP$ și $QO \perp MP$, de unde obținem $MP \perp (NOQ)$	**2p**