[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Un divizor al numărului 75 este: **a)** 150 **b)** 12 **c)** 7 **d)** 5
5p	**2.** Rezultatul calculului $1,5:2$ este egal cu: **a)** $0,75$ **b)** $2,25$ **c)** 3 **d)** 75
5p	**3.** Probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element al mulțimii $A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$, acesta să fie număr par este egală cu: **a)** $\frac{3}{7}$ **b)** $\frac{4}{7}$ **c)** $\frac{7}{4}$ **d)** $\frac{7}{3}$
5p	**4.** Numărul real $-2\sqrt{3}$ aparține intervalului: **a)** $(-3,4)$ **b)** $(3,4)$ **c)** $(-4,-3)$ **d)** $(-3,-2)$

5p **5.** Patru elevi, Alin, Cristina, Mihai și Dana, calculează suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 3 dau câtul 4 și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:

Alin	54
Cristina	42
Mihai	39
Dana	12

Conform informațiilor din tabel, dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect suma numerelor este:

a) Alin
b) Cristina
c) Mihai
d) Dana

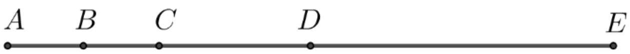
5p **6.** Prețul unui stilou este 40 lei. Matei afirmă: ,,Dacă prețul stiloului ar fi fost cu 20% mai mic, atunci cu 128 lei aş fi putut cumpăra 4 stilouri de acelaşi fel.”. Afirmația lui Matei este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

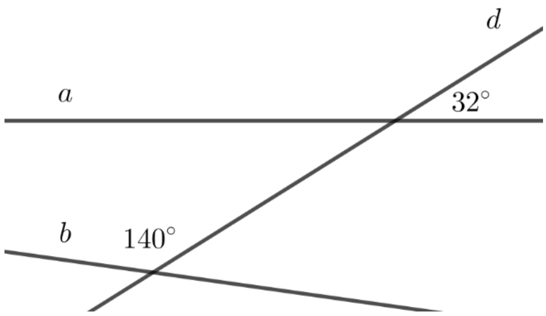
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, astfel încât punctul B este mijlocul segmentului AC, punctul C este mijlocul segmentului AD și punctul D este mijlocul segmentului AE. Raportul $\frac{BD}{AE}$ este egal cu:



a) $\frac{1}{2}$
b) $\frac{3}{7}$
c) $\frac{2}{5}$
d) $\frac{3}{8}$

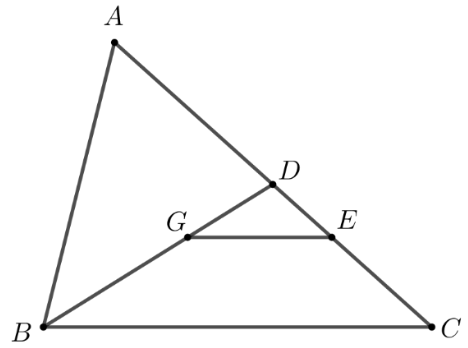
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate într-un plan, dreptele a și b intersectate de dreapta d, fiind evidențiate măsurile a două unghiuri de $32°$ și, respectiv de $140°$. Unghiul dintre dreptele a și b este egal cu:



a) $0°$
b) $8°$
c) $90°$
d) $172°$

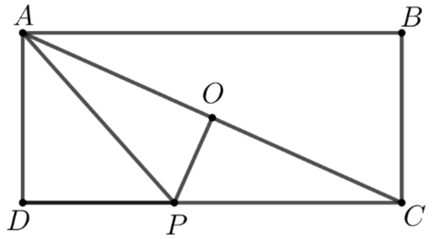
5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu $AC = 6\text{cm}$. Punctul G este centrul de greutate al triunghiului ABC, $BG \cap AC = \{D\}$ și $GE \parallel BC$, $E \in AC$. Lungimea segmentului DE este egală cu:

a) 4 cm
b) 3 cm
c) 2 cm
d) 1 cm



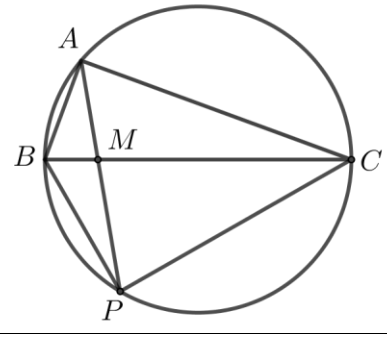
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$. Punctul O este mijlocul diagonalei AC, iar punctul P se află pe latura DC, astfel încât dreptele PO și AC sunt perpendiculare. Dacă $AP = 3\text{cm}$, și $BC = \sqrt{5}\text{cm}$, atunci lungimea segmentului AB este egală cu:

a) 3 cm
b) 5 cm
c) $3\sqrt{5}$ cm
d) $2\sqrt{14}$ cm



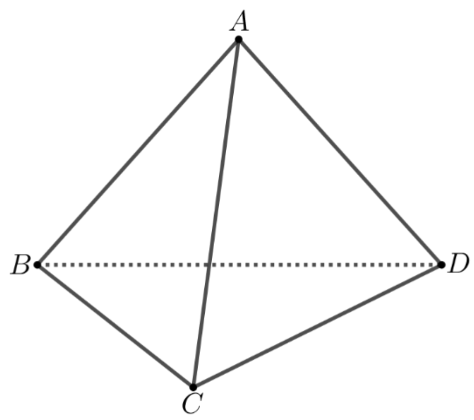
5p **5.** În figura alăturată, punctele A, B și C se află pe un cerc și sunt vârfurile unui triunghi dreptunghic în A. Dacă punctul M se află pe latura BC și dreapta AM intersectează a doua oară cercul în punctul P, atunci măsura unghiului BPC este egală cu:

a) 30°
b) 60°
c) 90°
d) 120°



5p **6.** Muchia AB a tetraedrului regulat $ABCD$ este egală cu 6cm. Aria totală a tetraedrului regulat $ABCD$ este egală cu:

a) $36\sqrt{3}\ \text{cm}^2$
b) $27\sqrt{3}\ \text{cm}^2$
c) $36\ \text{cm}^2$
d) $18\ \text{cm}^2$



SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Dacă împărțim numărul $\overline{abc}$, scris în baza 10, la numărul $\overline{ac}$ obținem câtul 6 și restul 5. **(2p) a)** Este posibil ca numărul $\overline{ac}$ să fie egal cu 18? Justifică răspunsul dat. **(3p) b)** Determină numerele $\overline{abc}$.
5p	**2.** Se consideră expresia $E(x)=(5x+3)^2-(3x+4)^2$, unde x este număr real. **(2p) a)** Arată că $E(x)=(2x-1)(8x+7)$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Dacă numărul natural n **nu** este divizibil cu 3, atunci arată că $E(n)$ este divizibil cu 3.

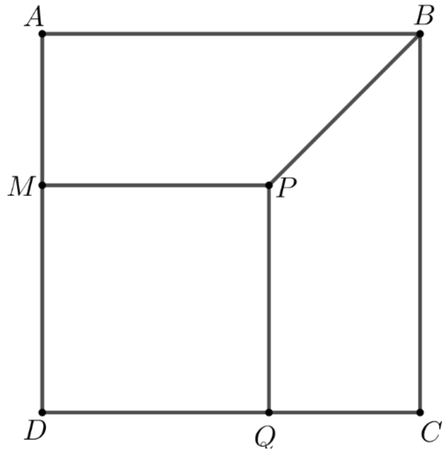
5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+3$.

(2p) a) Arată că $f\left(\sqrt{5}\right)\cdot f\left(-\sqrt{5}\right)=4$.

(3p) b) Arată că simetricul punctului $A(-3,-6)$ față de originea $O(0,0)$ a sistemului de axe ortogonale xOy aparține reprezentării grafice a funcției f.

5p **4.** În figura alăturată sunt reprezentate pătratele $ABCD$ și $MPQD$. Punctul Q se află pe latura CD și $AM = 2\text{cm}$.

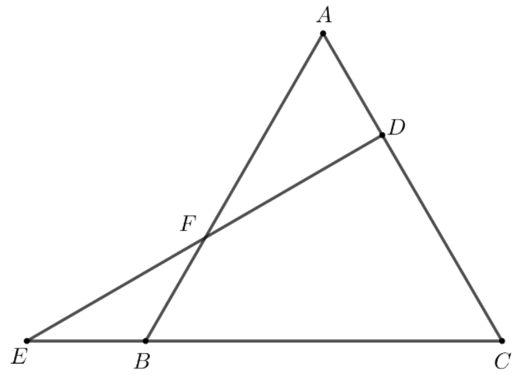
(2p) a) Arată că $PB = 2\sqrt{2}$ cm.



(3p) b) Demonstrează că dreptele AQ, CM și DP sunt concurente.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC. Punctul D se află pe latura AC astfel încât $AD = 2\text{cm}$ și $DC = 4\text{cm}$ iar punctul E se află pe dreapta BC astfel încât dreptele ED și AC sunt perpendiculare.

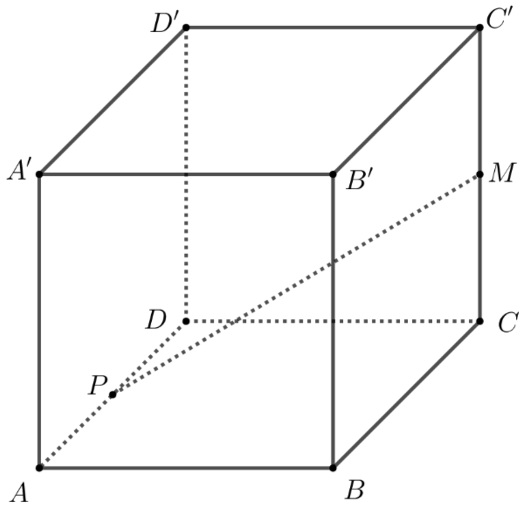
(2p) a) Arată că $EB = 2\text{cm}$.



(3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta CF, unde $\{F\} = ED \cap AB$.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un cub $ABCDA'B'C'D'$. Punctul M este mijlocul segmentului CC', punctul P este mijlocul segmentului AD și $MP = 2\sqrt{6}\,\text{cm}$.

(2p) a) Arată că $AB = 4\,\text{cm}$.



(3p) b) Arată că sinusul unghiului dintre dreapta MP și planul (ABB') este egal cu $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2021 - 2022
Matematică

Testul 5

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**a)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\overline{ac}=18 \Rightarrow c=8$ și $\overline{abc}=18\cdot 6+5=113 \Rightarrow c=3$	**1p**
	Cum $8\neq 3$, deducem că nu este posibil ca numărul natural $\overline{ac}$ să fie egal cu 18	**1p**
	b) $\overline{abc}=6\cdot\overline{ac}+5$	**1p**
	$100a+10b+c=60a+6c+5$, de unde obținem $8a+2b=c+1$	**1p**
	$c+1\leq 10 \Rightarrow 8a+2b\leq 10 \Rightarrow a=1,\ b=0,\ c=7 \Rightarrow \overline{abc}=107$ sau $a=1,\ b=1,\ c=9 \Rightarrow \overline{abc}=119$	**1p**
2.	**a)** $E(x)=(5x+3-3x-4)(5x+3+3x+4)=$	**1p**
	$=(2x-1)(8x+7)$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) Dacă n nu este divizibil cu $3 \Rightarrow n=3k+1$ sau $n=3k+2,$ unde k este număr natural	**1p**
	Dacă $n=3k+1 \Rightarrow 8n+7=24k+15=3(8k+5)\vdots 3 \Rightarrow E(n)\vdots 3$	**1p**
	Dacă $n=3k+2 \Rightarrow 2n-1=6k+3=3(2k+1)\vdots 3 \Rightarrow E(n)\vdots 3$	**1p**
3.	**a)** $f(-\sqrt{5})=-\sqrt{5}+3$	**1p**
	$f(\sqrt{5})=\sqrt{5}+3 \Rightarrow f(\sqrt{5})\cdot f(-\sqrt{5})=(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})=9-5=4$	**1p**

	b) Simetricul punctului $A(-3,-6)$ față de originea $O(0,0)$ este punctul B, astfel încât punctul O este mijlocul segmentului AB	**1p**
	Triunghiurile AOP și BOQ sunt congruente, unde punctele P și Q sunt proiecțiile punctelor A și, respectiv B pe axa $Ox \Rightarrow OQ = OP = 3$ cm și $BQ = AP = 6$ cm $\Rightarrow B(3,6)$	**1p**
	$f(3) = 3+3 = 6 \Rightarrow B(3,6)$ aparține reprezentării grafice a funcției f	**1p**
4.	**a)** $ATPM$ și $TBCQ$ sunt dreptunghiuri , unde $QP \cap AB = \{T\} \Rightarrow TP = AM = 2\text{cm}$ și $TB = CQ = AM = 2\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul BTP este dreptunghic în T, $BP = \sqrt{BT^2 + PT^2} = 2\sqrt{2}\text{ cm}$	**1p**
	b) Fie $AQ \cap DP = \{S\}, CM \cap DP = \{V\}$ $PQ \parallel AD \Rightarrow \Delta PSQ \sim \Delta DSA \Rightarrow \frac{PS}{SD} = \frac{PQ}{AD}$, $MP \parallel DC \Rightarrow \Delta MVP \sim \Delta CVD \Rightarrow \frac{PV}{VD} = \frac{MP}{DC}$	**1p**
	$PQ = MP, AD = DC \Rightarrow \frac{PQ}{AD} = \frac{MP}{DC}$	**1p**
	Obținem $\frac{PS}{SD} = \frac{PV}{VD} \Rightarrow S = V \Rightarrow$ dreptele AQ, CM și DP sunt concurente	**1p**
5.	**a)** $BC = AC = AD + DC = 6\text{cm}$	**1p**
	Triunghiul EDC este dreptunghic în $D, \sphericalangle E = 30° \Rightarrow EC = 2 \cdot DC = 8\text{cm} \Rightarrow EB = 2\text{cm}$	**1p**
	b) $\sphericalangle ADF = 90°, \sphericalangle AFD = 30° \Rightarrow AF = 2 \cdot AD = 4\text{cm} \Rightarrow BF = 2\text{cm}$	**1p**
	$FQ \perp BC, Q \in BC \Rightarrow FQ = \sqrt{3}\text{cm}$ și $FC = 2\sqrt{7}$ cm	**1p**
	$\mathcal{A}_{EFC} = \frac{d(E,CF) \cdot CF}{2} = \frac{FQ \cdot EC}{2} \Rightarrow d(E,CF) = \frac{4\sqrt{21}}{7}\text{cm}$	**1p**
6.	**a)** $DC = 2x \Rightarrow PD = x$ Triunghiul PDC este dreptunghic în $D \Rightarrow PC^2 = PD^2 + DC^2 = 5x^2$	**1p**
	Triunghiul MCP este dreptunghic în $C \Rightarrow MP^2 = MC^2 + CP^2 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow AB = 2x = 4\text{cm}$	**1p**
	b) $(ABB') \parallel (DCC') \Rightarrow \sphericalangle(MP,(ABB')) = \sphericalangle(MP,(DCC'))$	**1p**
	$PD \perp DD'$, $PD \perp DC$, $DD' \cap DC = \{D\}$, deci $PD \perp (DCC')$	**1p**
	$\sin(\sphericalangle MP,(ABB')) = \sin(\sphericalangle MP,(DCC')) = \sin(\sphericalangle DMP) = \frac{DP}{MP} = \frac{2}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$	**1p**