

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

### SUBIECTUL I

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**


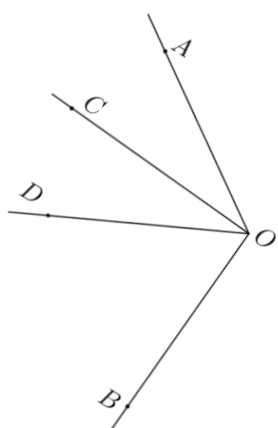
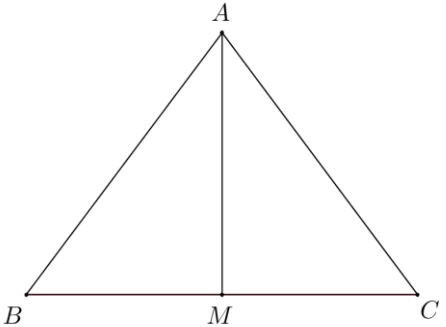
<b>5p</b>	<b>1.</b> Rezultatul calculului $5 \cdot (3 + 2 \cdot 4)$ este egal cu:  a) 23 b) 40 c) 55 d) 100
<b>5p</b>	<b>2.</b> Numărul care reprezintă 10% din 300 este egal cu:  a) 3 b) 9 c) 27 d) 30
<b>5p</b>	<b>3.</b> Cel mai mic multiplu comun al numerelor 20 și 24 este egal cu:  a) 4 b) 60 c) 120 d) 480
<b>5p</b>	<b>4.</b> Cel mai mare număr din mulțimea $A = \left\{ \frac{33}{10}, \frac{5}{2}, \frac{3}{5}, 3 \right\}$ este:  a) $\frac{33}{10}$ b) 3                      c) $\frac{5}{2}$ d) $\frac{3}{5}$

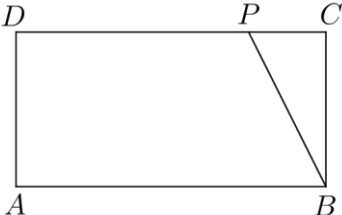
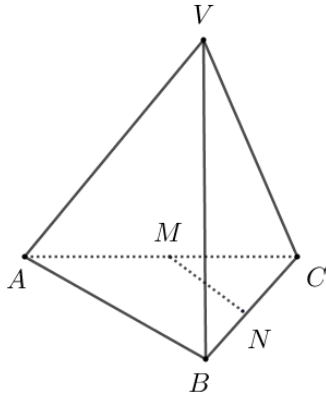
<b>5p</b>	<b>5.</b> Media aritmetică a numerelor $4\sqrt{3}$ , $5\sqrt{3}$ și $-3\sqrt{3}$ este egală cu:  a) $2\sqrt{3}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $4\sqrt{3}$ d) $6\sqrt{6}$
<b>5p</b>	<b>6.</b> Suma dintre vârsta Anei și vârsta lui Matei este de 15 ani. Afirmația „Peste 3 ani suma vârstelor Anei și a lui Matei va fi egală cu 18 ani.” este:  a) adevărată b) falsă

**SUBIECTUL al II-lea**

*Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.*

**(30 de puncte)**

<b>5p</b>	<b>1.</b> În figura alăturată, $A$ , $B$ , $C$ și $D$ sunt puncte coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$ . Valoarea raportului $\frac{BD}{AC}$ este egală cu:  a) 0,25 b) 0,5 c) 0,75 d) 1	
<b>5p</b>	<b>2.</b> În figura alăturată este reprezentat unghiul $AOB$ cu măsura de $120^\circ$ . Semidreapta $OD$ este bisectoarea unghiului $AOB$ . Semidreapta $OC$ este situată în interiorul unghiului $AOD$ , astfel încât măsura unghiului $AOD$ este de două ori mai mare decât măsura unghiului $AOC$ . Măsura unghiului $COB$ este egală cu:  a) $30^\circ$ b) $60^\circ$ c) $90^\circ$ d) $120^\circ$	
<b>5p</b>	<b>3.</b> În figura alăturată este reprezentat triunghiul $ABC$ cu $AB = AC$ și $BC = 6\text{ cm}$ . Punctul $M$ este mijlocul segmentului $BC$ și $AM = 4\text{ cm}$ . Perimetrul triunghiului $ABC$ este egal cu:  a) 10 cm b) 12 cm c) 16 cm d) 18 cm	

<p><b>5p</b></p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul <math>ABCD</math> cu aria de <math>24\text{cm}^2</math>. Punctul <math>P</math> aparține laturii <math>CD</math>, astfel încât <math>DP = 3PC</math>. Aria triunghiului <math>PBC</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>12\text{cm}^2</math> b) <math>8\text{cm}^2</math> c) <math>6\text{cm}^2</math> d) <math>3\text{cm}^2</math></p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>5. Lungimea unui cerc este egală cu <math>24\pi</math> cm. Diametrul cercului este egal cu:</p> <p>a) 24 cm b) 18 cm c) 12 cm d) 6 cm</p>	
<p><b>5p</b></p>	<p>6. În figura alăturată este reprezentat tetraedrul regulat <math>VABC</math>. Punctele <math>M</math> și <math>N</math> sunt mijloacele muchiilor <math>AC</math>, respectiv <math>BC</math>. Măsura unghiului dreptelor <math>MN</math> și <math>VA</math> este egală cu:</p> <p>a) <math>30^\circ</math> b) <math>45^\circ</math> c) <math>60^\circ</math> d) <math>90^\circ</math></p>	

**SUBIECTUL al III-lea**

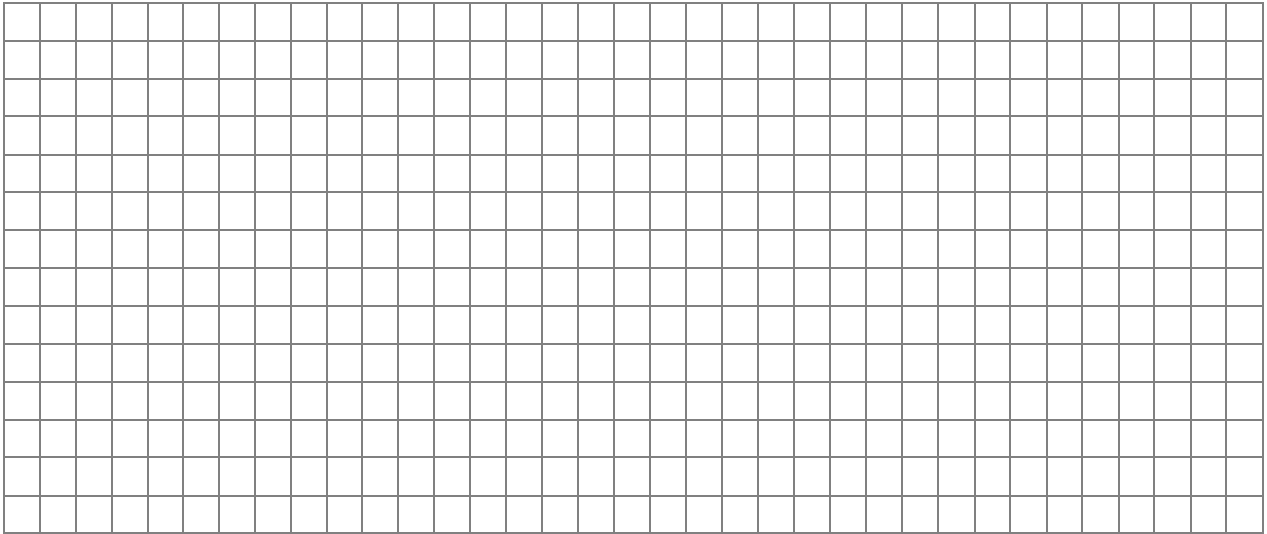
*Scriveți rezolvările complete.*

**(30 de puncte)**

<p><b>5p</b></p>	<p>1. Pentru a viziona un spectacol de teatru împreună cu familia, Ana cumpără trei bilete pentru adulți și șase bilete pentru copii, plătiind în total suma de 420 de lei. Prețul unui bilet pentru copii reprezintă 50% din prețul unui bilet pentru adulți.</p> <p>(2p) a) Este posibil ca prețul unui bilet pentru copii să fie 25 de lei? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 200px; margin-top: 10px;"></div>
------------------	--

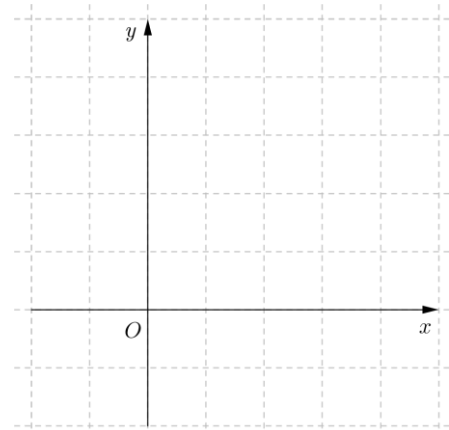
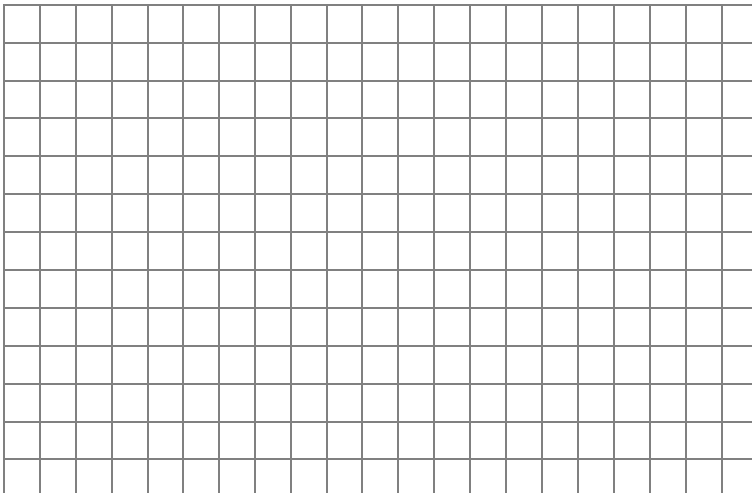


**(3p) b)** Demonstrează că numărul natural  $A = E(n^2) + E(n)$  este multiplu al lui 16, pentru orice număr natural  $n$ .

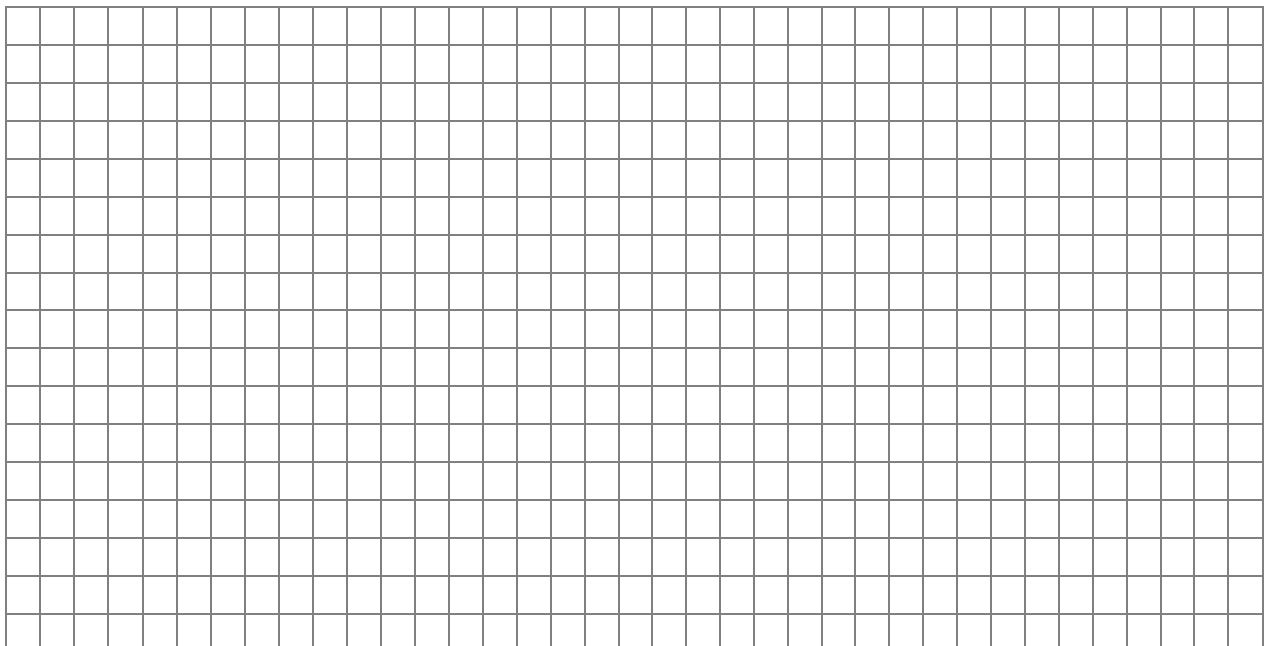


**5p** 3. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x - 4$ .

**(2p) a)** Reprezintă grafic funcția  $f$  în sistemul de axe ortogonale  $xOy$  din figura alăturată.

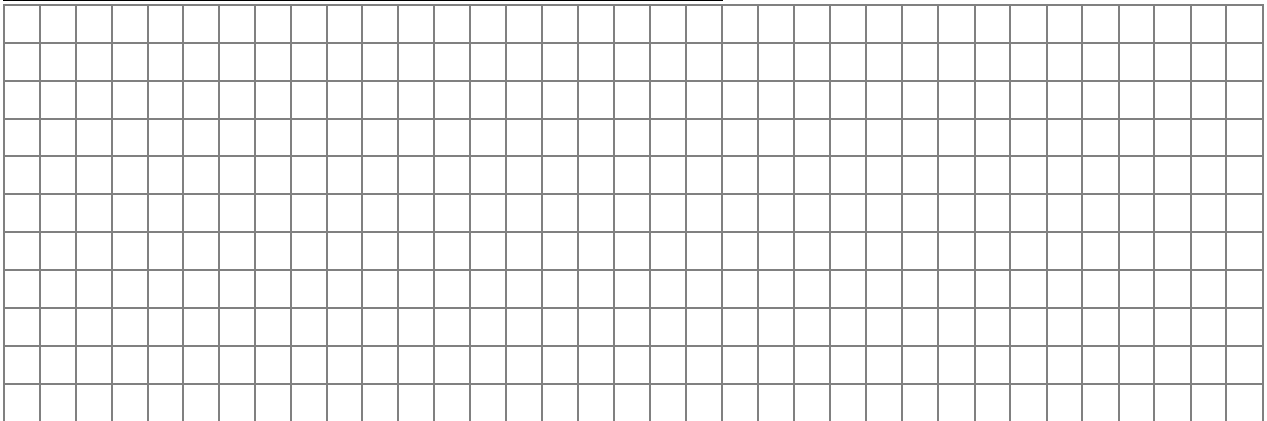
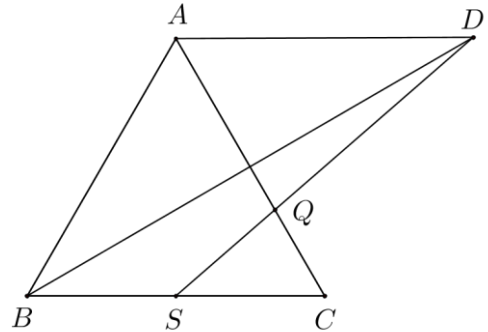
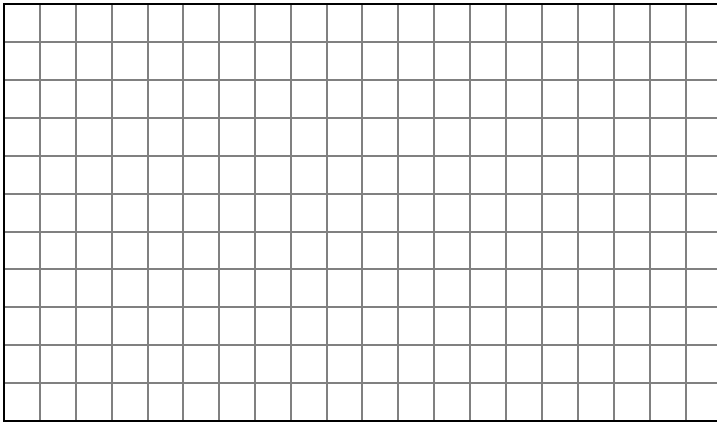


**(3p) b)** Determină mulțimea soluțiilor inecuației  $1 - f(a) \leq f(4)$ , unde  $a$  este număr real.

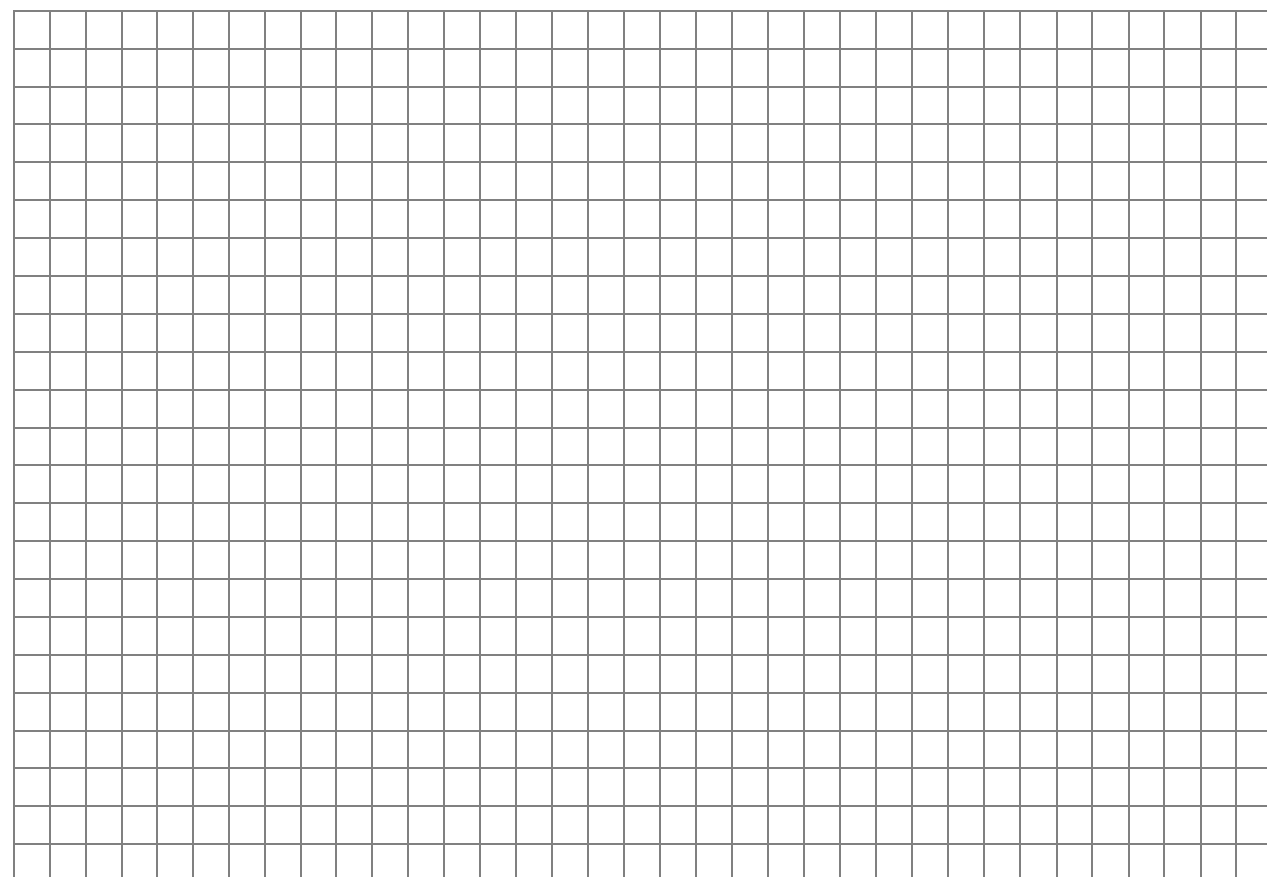


**5p** 4. În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral  $ABC$  cu  $AB = 12\text{cm}$ . Punctul  $S$  este mijlocul segmentului  $BC$ , punctul  $D$  este simetricul punctului  $B$  față de  $AC$ , iar  $Q$  este punctul de intersecție a dreptelor  $DS$  și  $AC$ .

**(2p) a)** Arată că perimetrul triunghiului  $ABC$  este egal cu  $36\text{cm}$ .

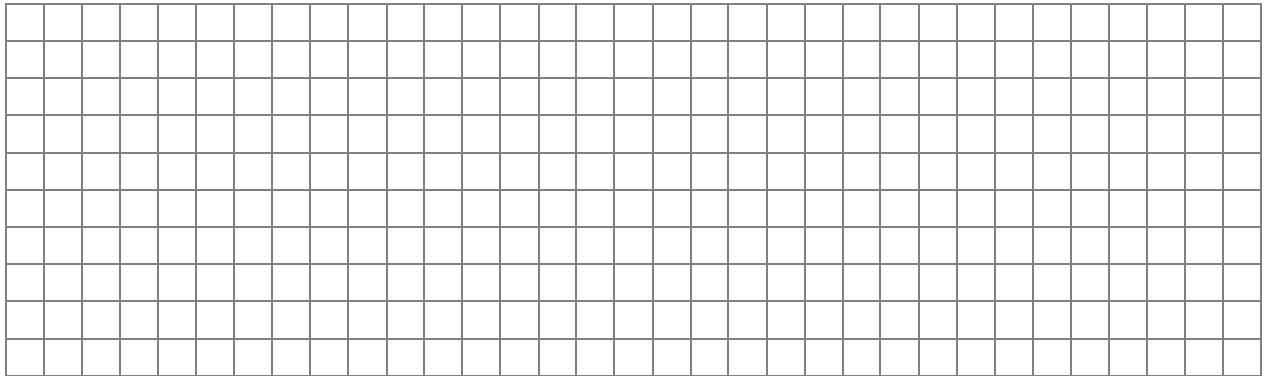
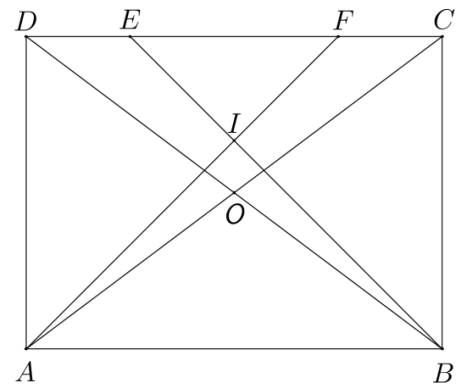
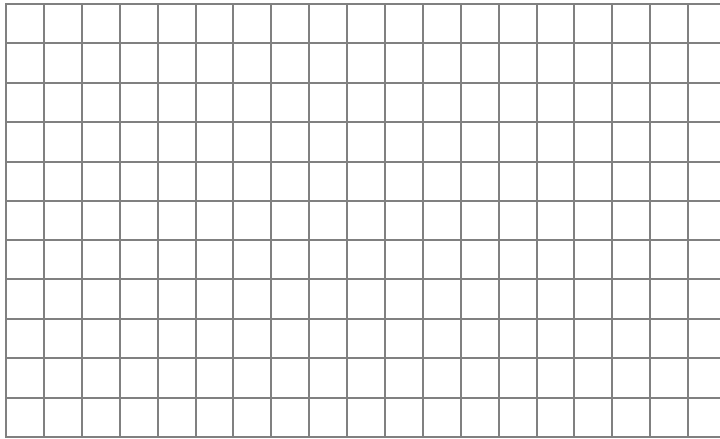


**(3p) b)** Determină lungimea segmentului  $DQ$ .

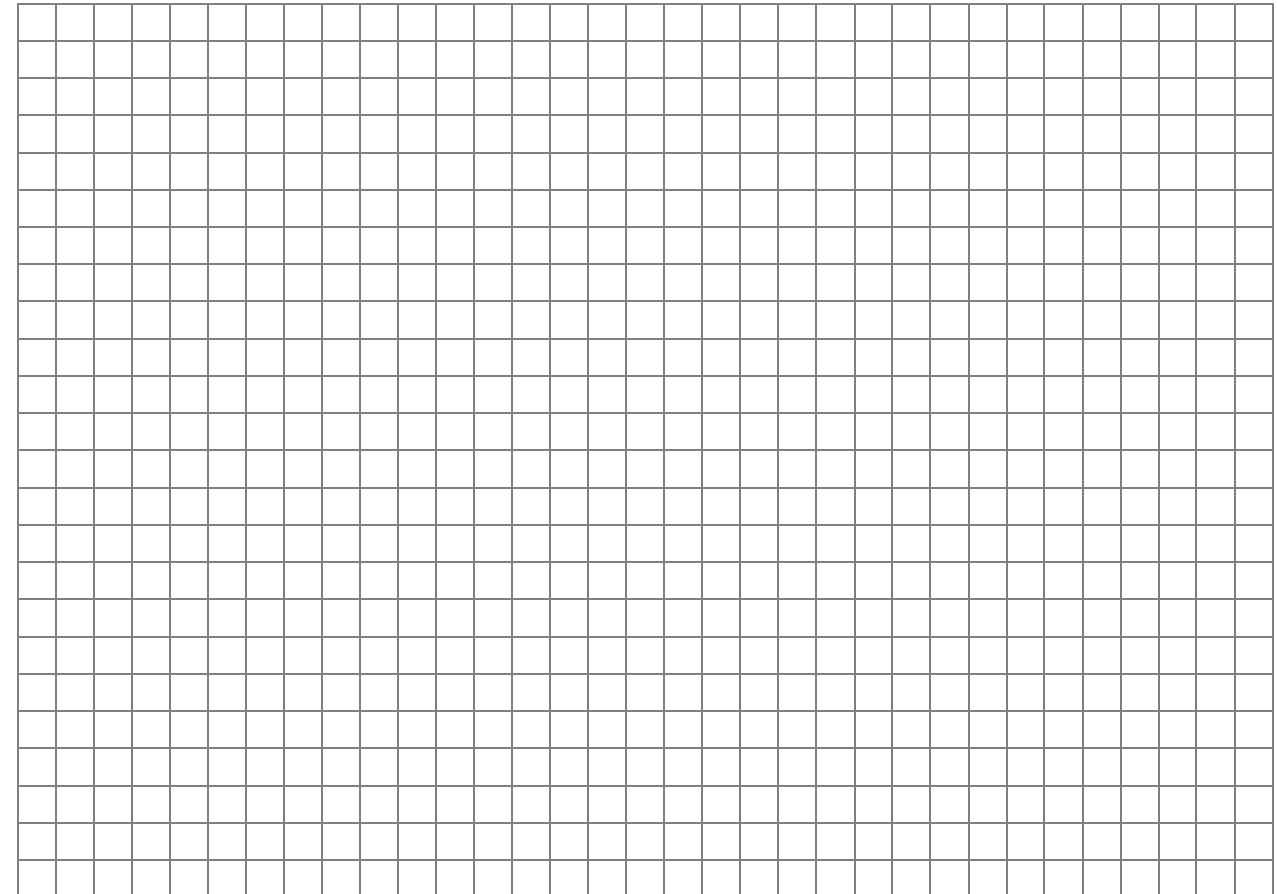


**5p** 5. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul  $ABCD$  cu  $AB = 20\text{ cm}$  și  $AD = 15\text{ cm}$ . Dreptele  $AC$  și  $BD$  se intersectează în punctul  $O$ , iar punctele  $E$  și  $F$  se află pe latura  $CD$ , astfel încât  $DE = FC = 5\text{ cm}$ .

(2p) a) Arată că sinusul unghiului  $ABD$  este egal cu  $\frac{3}{5}$ .



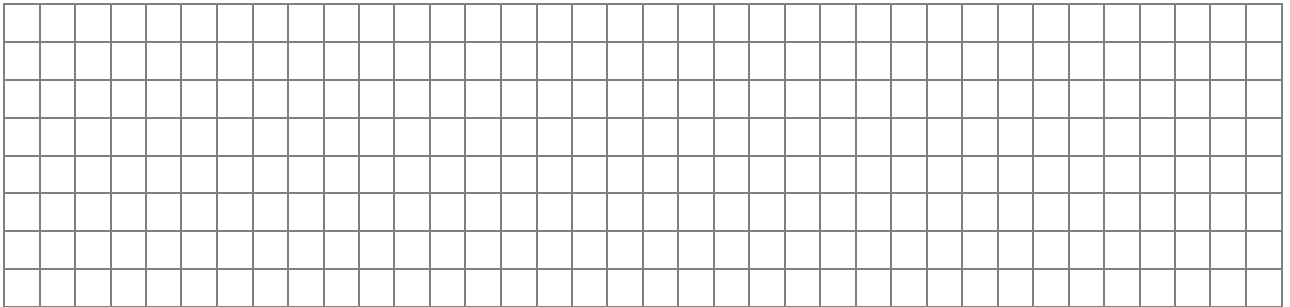
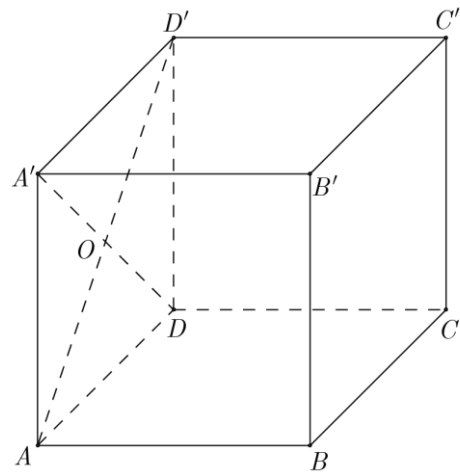
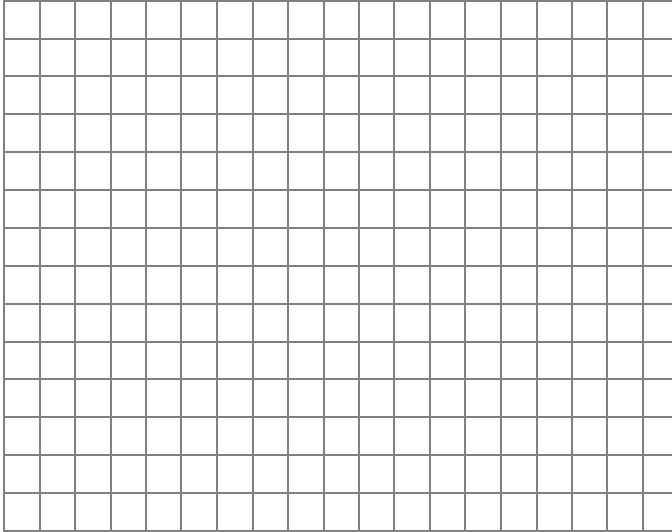
3p) b) Calculează lungimea segmentului  $OI$ , unde  $I$  este punctul de intersecție a dreptelor  $BE$  și  $AF$ .



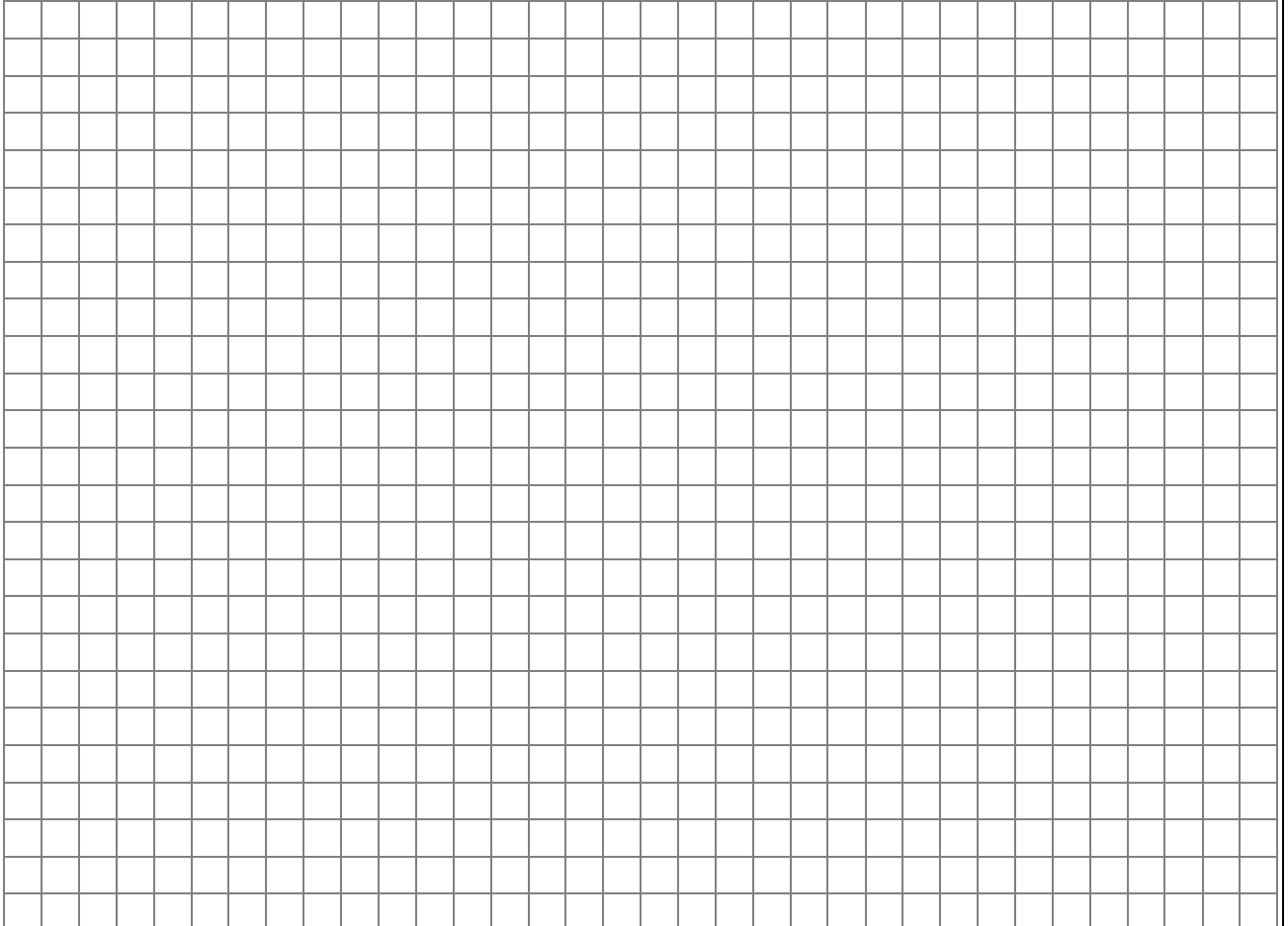
5p

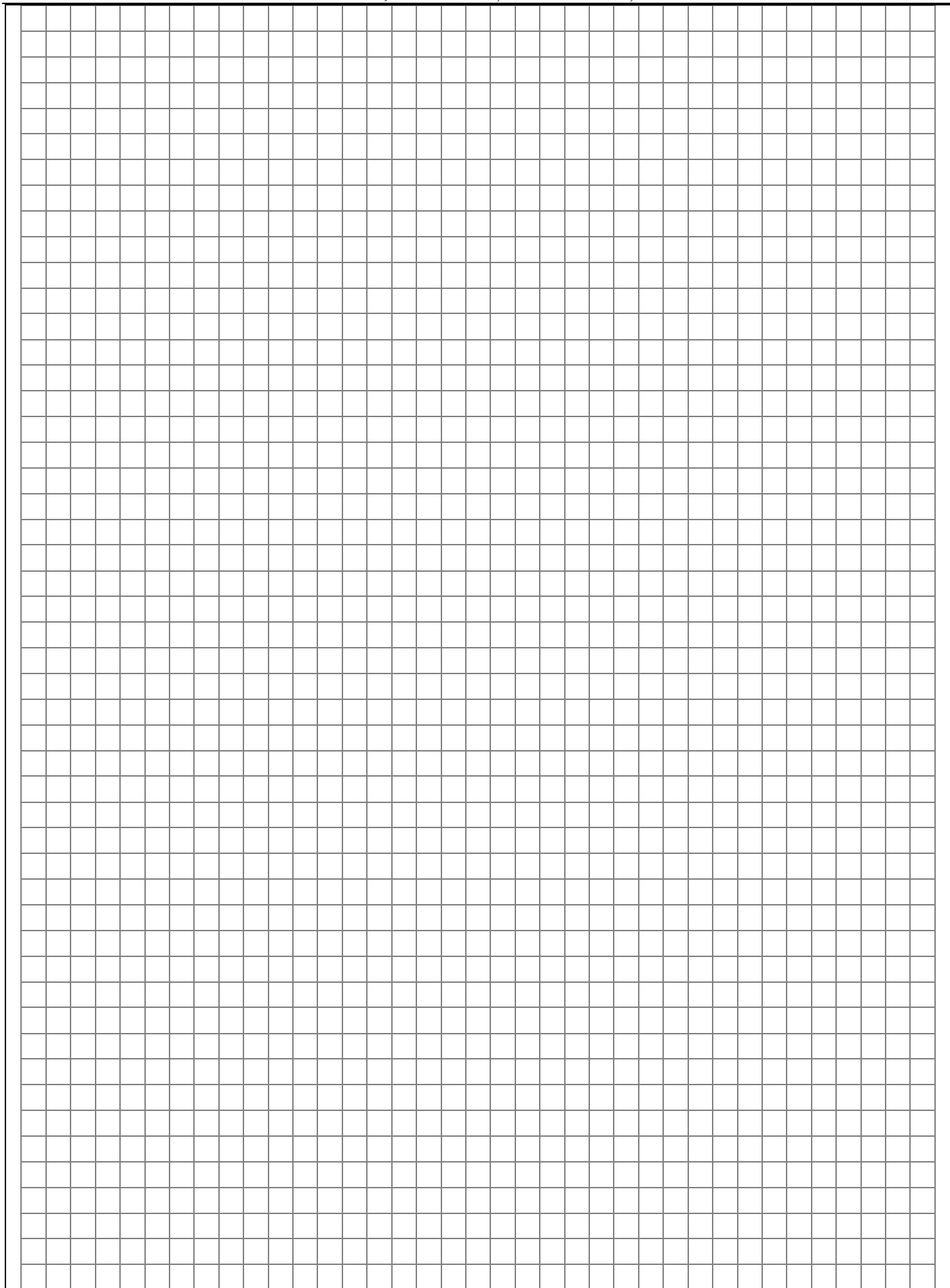
6. Se consideră cubul  $ABCD A' B' C' D'$  cu lungimea diagonalei  $AC'$  de  $6\sqrt{3}$  cm.

(2p) a) Arată că aria laterală a cubului  $ABCD A' B' C' D'$  este egală cu  $144\text{cm}^2$ .



(3p) b) Determină măsura unghiului dreptelor  $B'C$  și  $OB$ , unde  $\{O\} = AD' \cap A'D$ .





**EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a**  
**Anul școlar 2021 - 2022**  
**Matematică**

Testul 3

**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:**

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

**SUBIECTUL al III-lea**

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	c)	5p
4.	a)	5p
5.	a)	5p
6.	b)	5p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.	d)	5p
2.	c)	5p
3.	c)	5p
4.	d)	5p
5.	a)	5p
6.	c)	5p

**SUBIECTUL al III-lea**

(30 de puncte)

1.	a) Dacă prețul unui bilet pentru copii este 25 de lei, obținem că prețul unui bilet pentru adulți este 50 de lei Dar $3 \cdot 50 + 6 \cdot 25 = 300$ de lei, cum $300 \neq 420$ , obținem că nu este posibil ca prețul unui bilet pentru copii să fie 25 de lei	1p
	b) Notăm cu $x$ prețul unui bilet pentru adulți, deci prețul unui bilet pentru copii este $\frac{x}{2}$	1p
	$3x + 6 \cdot \frac{x}{2} = 420$ $x = 70$ de lei, deci prețul unui bilet pentru adulți este 70 de lei	1p
2.	a) $E(x) = (x^2 + 4x + 4) - (x^2 - 4x + 4) =$ $= x^2 + 4x + 4 - x^2 + 4x - 4 = 8x$ , pentru orice număr real $x$	1p
	b) $A = 8n^2 + 8n =$ $= 8n(n + 1)$ , pentru orice număr natural $n$	1p
		1p

	<p>Pentru <math>n = 2k</math>, <math>n \cdot (n+1) = 2k(2k+1)</math> care este divizibil cu 2, pentru orice număr natural <math>k</math></p> <p>Pentru <math>n = 2k+1</math>, <math>n \cdot (n+1) = (2k+1)(2k+2) = 2(2k+1)(k+1)</math> care este divizibil cu 2, pentru orice număr natural <math>k</math></p> <p><math>8n(n+1)</math> este multiplu al lui 16 pentru orice număr natural <math>n</math>, deci numărul natural <math>A</math> este multiplu al lui 16 pentru orice număr natural <math>n</math></p>	1p
3.	<p>a) Determinarea a două puncte care aparțin graficului funcției <math>f</math></p> <p>Reprezentarea punctelor și trasarea graficului funcției <math>f</math></p>	1p 1p
	<p>b) <math>1 - (a - 4) \leq 0</math></p> <p><math>a \geq 5</math>, pentru orice <math>a</math> număr real</p> <p>Deci, mulțimea soluțiilor inecuației este <math>[5, \infty)</math></p>	1p 1p 1p
4.	<p>a) <math>P_{\Delta ABC} = 3 \cdot AB =</math> <math>= 3 \cdot 12 = 36 \text{ cm}</math></p>	1p 1p
	<p>b) <math>AS</math> mediană în triunghiul echilateral <math>ABC \Rightarrow AS</math> înălțime <math>\Rightarrow AS = 6\sqrt{3}</math> cm</p> <p>Triunghiul <math>ABC</math> echilateral, <math>BD \perp AC \Rightarrow BO</math> mediană, unde <math>\{O\} = AC \cap BD</math> și cum <math>BO = OD</math> obținem că <math>ABCD</math> este paralelogram, deci <math>AS \perp AD \Rightarrow SD = 6\sqrt{7}</math> cm</p> <p><math>SC \parallel AD \Rightarrow \Delta QSC \sim \Delta QDA \Rightarrow \frac{SC}{DA} = \frac{SQ}{QD} \Rightarrow QD = 4\sqrt{7}</math> cm</p>	1p 1p 1p
5.	<p>a) În triunghiul <math>ABD</math> dreptunghic în <math>A</math>, <math>BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 25</math> cm</p> <p><math>\sin(\sphericalangle ABD) = \frac{AD}{BD} = \frac{3}{5}</math></p>	1p 1p
	<p>b) <math>DF = EC = 5 + 10 = 15</math> cm <math>\Rightarrow</math> triunghiul <math>ADF</math> și triunghiul <math>BCE</math> sunt dreptunghice isoscele</p> <p><math>\Rightarrow \sphericalangle IFE = \sphericalangle IEF = 45^\circ \Rightarrow</math> triunghiul <math>EIF</math> este dreptunghic isoscel</p> <p>În triunghiul isoscel <math>COD</math>, <math>OS \perp CD</math>, <math>S \in CD \Rightarrow</math> punctul <math>S</math> este mijlocul segmentului <math>CD</math>, respectiv <math>EF</math> și, cum <math>IS \perp CD \Rightarrow O, I</math> și <math>S</math> sunt puncte coliniare</p> <p><math>OS</math> este linie mijlocie în triunghiul <math>DBC \Rightarrow OS = \frac{BC}{2} = 7,5</math> cm, <math>IS</math> este mediană în triunghiul dreptunghic <math>EIF \Rightarrow IS = \frac{EF}{2} = 5</math> cm și, cum <math>OS = OI + IS</math>, obținem că <math>OI = 2,5</math> cm</p>	1p 1p 1p
6.	<p>a) <math>AC' = AB\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \Rightarrow AB = 6</math> cm</p> <p><math>A_7 = 4 \cdot AB^2 = 144 \text{ cm}^2</math></p>	1p 1p
	<p>b) Patrulaterul <math>A'B'CD</math> este paralelogram <math>\Rightarrow CB' \parallel DA'</math></p> <p><math>\sphericalangle(B'C, OB) = \sphericalangle(DA', OB) = \sphericalangle BOD</math></p> <p><math>BA \perp (ADA')</math>, <math>AO \perp DA'</math>, <math>AO, DA' \subset (ADA')</math>, <math>AO \cap DA' = \{O\} \Rightarrow OB \perp OD</math>, deci măsura unghiului dreptelor <math>B'C</math> și <math>OB</math> este egală cu <math>90^\circ</math></p>	1p 1p 1p