[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $2+3\cdot 5$ este egal cu: **a)** 1 **b)** 10 **c)** 17 **d)** 25
5p	**2.** Dacă $\frac{1}{2}=\frac{a}{3}$, atunci numărul a este egal cu: **a)** $\frac{2}{3}$ **b)** 1 **c)** $\frac{3}{2}$ **d)** 6
5p	**3.** Produsul numerelor -2 și 7 este egal cu: **a)** -14 **b)** -5 **c)** 5 **d)** 14
5p	**4.** Scris sub formă de fracție ordinară, numărul $2{,}3$ este egal cu: **a)** $\frac{23}{9}$ **b)** $\frac{23}{10}$ **c)** $\frac{2}{3}$ **d)** $\frac{23}{100}$

5p **5.** În tabelul de mai jos sunt prezentate informații referitoare la rezultatele obținute de elevii unei clase la un test de matematică.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	2	1	3	8	6	4	1

Conform informațiilor din tabel, numărul de elevi care au obținut note mai mari sau egale cu 8, la acest test, este egal cu:

a) 5
b) 6
c) 11
d) 14

5p **6.** Se consideră numerele reale $a = 2\sqrt{3}$ și $b = 3\sqrt{2}$. Radu afirmă că: „Numărul a este mai mic decât numărul b.” Afirmația lui Radu este:

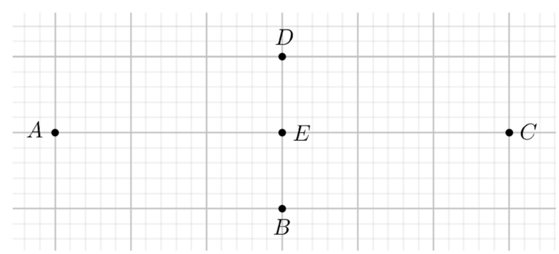
a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

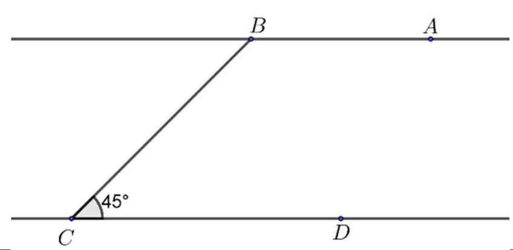
5p **1.** În figura alăturată sunt reprezentate punctele A, B, C, D și E. Simetricul punctului B față de punctul E este punctul:

a) A
b) B
c) C
d) D



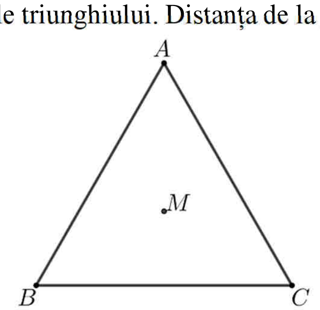
5p **2.** În figura alăturată sunt reprezentate dreptele paralele AB și CD, cu punctele A și D de aceeași parte a dreptei BC. Măsura unghiului BCD este egală cu $45°$. Măsura unghiului ABC este egală cu:

a) $45°$
b) $75°$
c) $135°$
d) $145°$

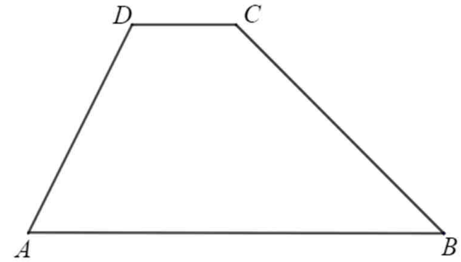


5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC, cu lungimea laturii de 12cm. Punctul M se află în interiorul triunghiului ABC, la distanțe egale de laturile triunghiului. Distanța de la punctul M la dreapta BC este egală cu:

a) $4\sqrt{3}$ cm
b) 6cm
c) 4cm
d) $2\sqrt{3}$ cm

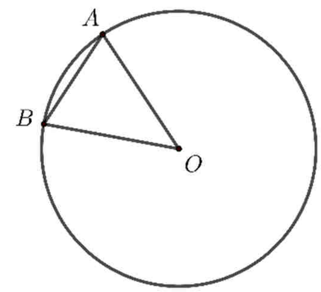


5p **4.** În figura alăturată este reprezentat trapezul $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $CD = 20$ cm și $AB = 4 \cdot CD$. Lungimea liniei mijlocii a acestui trapez este egală cu:



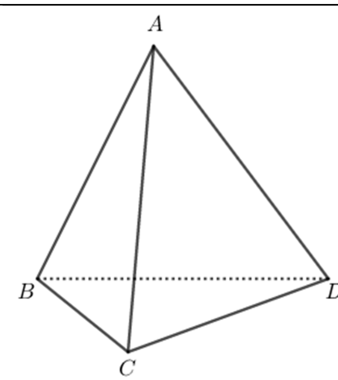
a) 30 cm
b) 50 cm
c) 80 cm
d) 100 cm

5p **5.** În figura alăturată, punctele A și B aparțin cercului de centru O. Măsura arcului mic AB este egală cu $46°$. Măsura unghiului BAO este egală cu:



a) $23°$
b) $46°$
c) $67°$
d) $134°$

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat un tetraedru regulat $ABCD$ cu $AB = 6$ cm. Suma lungimilor tuturor muchiilor acestui tetraedru este egală cu:



a) 18 cm
b) 24 cm
c) 30 cm
d) 36 cm

SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** La ora de geometrie, fiecare dintre cei 25 de elevi ai unei clase a desenat pe caiet fie un triunghi, fie un patrulater.

(2p) a) Este posibil ca exact 7 elevi să fi desenat câte un triunghi și numărul total de laturi desenate de cei 25 de elevi să fie egal cu 90? Justifică răspunsul dat.

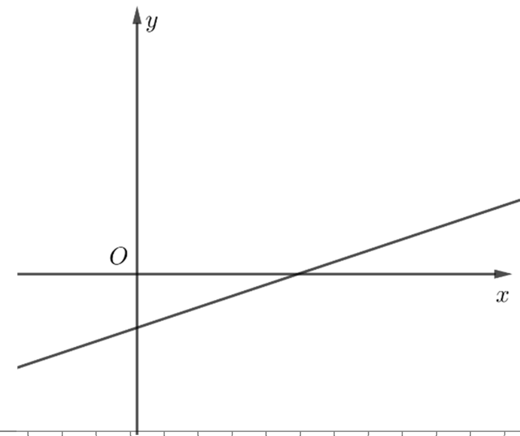
(3p) b) Determină numărul de elevi care au desenat câte un patrulater, știind că numărul total de laturi ale figurilor geometrice desenate de elevii clasei este egal cu 91.

5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{x+1}-\frac{3}{x+2}\right):\frac{2x+1}{x^2+3x+2}$, unde x este număr real, $x\neq 0$, $x\neq -1$, $x\neq -2$ și $x\neq -\frac{1}{2}$.

(2p) a) Arată că $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Dacă n este număr natural par, nenul, arată că numărul $N=\frac{1}{E(n)}$ este natural.

5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{3}-1$.

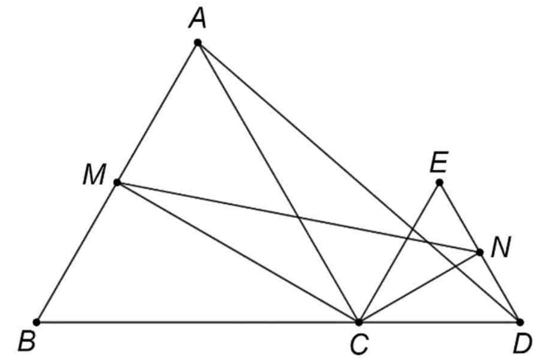


(2p) a) Arată că $f(3)+f(9)=2$.

(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele M, respectiv N. Calculează distanța de la punctul O la reprezentarea geometrică a graficului funcției f.

5p **4.** În figura alăturată sunt reprezentate triunghiurile echilaterale ABC și CDE, cu $AB = 8\text{cm}$, $CD = 4\text{cm}$, iar punctele B, C și D sunt coliniare, în această ordine. Punctele M și N sunt mijloacele segmentelor AB, respectiv DE.

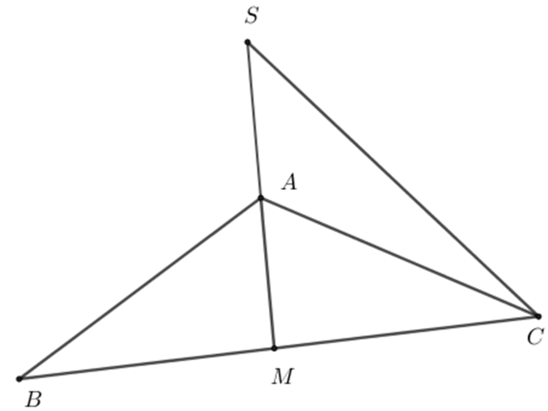
(2p) a) Arată că $CM = 2 \cdot CN$.



(3p) b) Aria triunghiului MCN reprezintă $p\%$ din aria triunghiului ACD. Determină valoarea lui p.

5p **5.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC, cu $AB = AC = 10$ cm și $\sphericalangle BAC = 120°$. Punctul M este mijlocul segmentului BC și punctul S este simetricul punctului M față de punctul A.

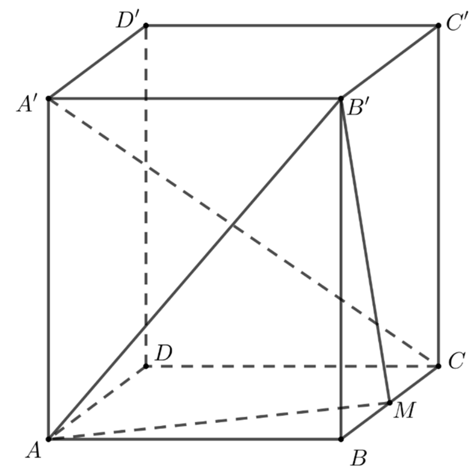
(2p) a) Arată că $BC = 10\sqrt{3}$ cm.



(3p) b) Demonstrează că distanța de la punctul M la dreapta SC este mai mică decât 7 cm.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$, cu $AB = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$, $BC = 2\,\text{cm}$ și $AA' = 4\,\text{cm}$. Punctul M este mijlocul segmentului BC.

(2p) a) Arată că volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ este egal cu $16\sqrt{3}\,\text{cm}^3$.



(3p) b) Demonstrează că dreapta $A'C$ este paralelă cu planul (MAB').

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2022 - 2023
Matematică

Varianta 5

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**c)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**d)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** Triunghiurile desenate de cei 7 elevi ar avea $7\cdot 3=21$ de laturi	**1p**
	Patrulaterele desenate ar avea $(25-7)\cdot 4=72$ de laturi, $72+21=93$ și, cum $93\neq 90$, obținem că nu este posibil ca 7 elevi să deseneze câte un triunghi	**1p**
	b) $a+b=25$, unde a reprezintă numărul de elevi care au desenat câte un triunghi și b reprezintă numărul de elevi care au desenat câte un patrulater	**1p**
	$3a+4b=91$	**1p**
	$b=16$	**1p**
2.	**a)** $(x+1)(x+2)=x^2+2x+x+2=$	**1p**
	$=x^2+3x+2$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $E(x)=\dfrac{x^2+3x+2+2x^2+4x-3x^2-3x}{x(x+1)(x+2)}:\dfrac{2x+1}{(x+1)(x+2)}=$	**1p**
	$=\dfrac{2(2x+1)}{x(x+1)(x+2)}\cdot\dfrac{(x+1)(x+2)}{2x+1}=\dfrac{2}{x}$, unde x este număr real, $x\neq 0$, $x\neq -1$, $x\neq -2$ și $x\neq -\dfrac{1}{2}$	**1p**

	Dacă n este număr natural par, nenul, atunci numărul $N=\frac{1}{E(n)}=\frac{n}{2}$ este natural	**1p**
3.	**a)** $f(3)=0$	**1p**
	$f(9)=2 \Rightarrow f(3)+f(9)=2$	**1p**
	b) $M(3,0)$ și $N(0,-1)$	**1p**
	Triunghiul MON este dreptunghic în O, deci $MN=\sqrt{10}$	**1p**
	$OP \perp MN$, unde $P \in MN$, $OP=\frac{OM \cdot ON}{MN}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$	**1p**
4.	**a)** CM este înălțime în triunghiul echilateral $ABC \Rightarrow CM=4\sqrt{3}\text{ cm}$	**1p**
	CN este înălțime în triunghiul echilateral $CDE \Rightarrow CN=2\sqrt{3}\text{ cm}$, deci $CM=2\cdot CN$	**1p**
	b) CM și CN sunt bisectoare în triunghiurile echilaterale ABC, respectiv CDE, deci $\sphericalangle BCM=\sphericalangle DCN=30^\circ$, de unde obținem $\sphericalangle MCN=120^\circ$	**1p**
	$\sphericalangle ACD=120^\circ$, deci $\sphericalangle MCN \equiv \sphericalangle ACD$ și, cum $\frac{CM}{AC}=\frac{CN}{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \Delta MCN \sim \Delta ACD$	**1p**
	$\frac{\mathcal{A}_{MCN}}{\mathcal{A}_{ACD}}=\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=75\% \Rightarrow p=75$	**1p**
5.	**a)** Triunghiul ABC este isoscel, AM mediană, deci AM este înălțime și bisectoare	**1p**
	Triunghiul AMC este dreptunghic în M, $\sin(\sphericalangle CAM)=\frac{CM}{AC}$, de unde obținem $CM=5\sqrt{3}$ cm, deci $BC=10\sqrt{3}$ cm	**1p**
	b) Triunghiul SMC este dreptunghic în M, $SC^2=MC^2+MS^2$, deci $SC=5\sqrt{7}\text{ cm}$	**1p**
	$MT \perp CS$, unde $T \in SC$, deci $d(M,SC)=MT=\frac{SM\cdot MC}{SC}=\frac{10\sqrt{21}}{7}$ cm	**1p**
	Cum $\frac{10\sqrt{21}}{7}<7 \Leftrightarrow 10\sqrt{21}<49 \Leftrightarrow 2100<2401$, obținem $MT<7\text{ cm}$	**1p**
6.	**a)** $\mathcal{V}=AB\cdot BC\cdot AA'=$	**1p**
	$=2\sqrt{3}\cdot 2\cdot 4=16\sqrt{3}\text{ cm}^3$	**1p**
	b) $ABB'A'$ este dreptunghi, $A'B \cap AB'=\{O\}$, deci O este mijlocul segmentului $A'B$	**1p**
	În triunghiul $A'BC$, OM este linie mijlocie, de unde $OM \parallel A'C$	**1p**
	$OM \subset (AMB')$, deci $A'C \parallel (AMB')$	**1p**