

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)


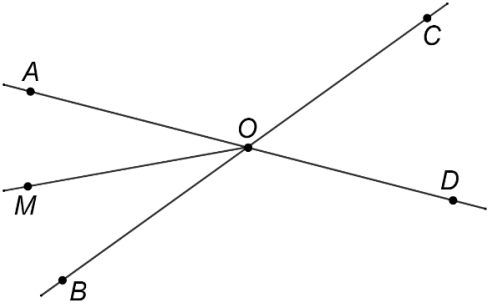
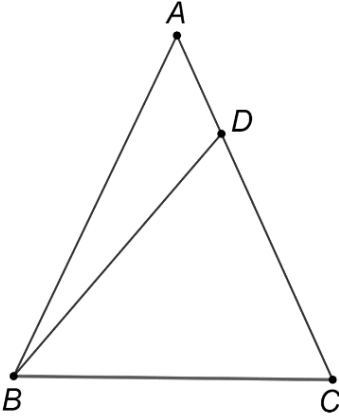
| | |
|-----------|--|
| 5p | 1. Rezultatul calculului $3 + 2 \cdot 5$ este egal cu: a) 25 b) 13 c) 10 d) 1 |
| 5p | 2. Dacă $\frac{x}{2} = \frac{3}{4}$, atunci $4 \cdot x$ este egal cu: a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{8}{3}$ c) 6 d) 12 |
| 5p | 3. Soluția ecuației $2 - x = 2$ este numărul: a) -4 b) 0 c) 2 d) 4 |
| 5p | 4. Cel mai mic element al mulțimii $A = \left\{ \frac{1}{9}, \frac{1}{99}, \frac{1}{999}, \frac{1}{9999} \right\}$ este: a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{99}$ c) $\frac{1}{999}$ d) $\frac{1}{9999}$ |

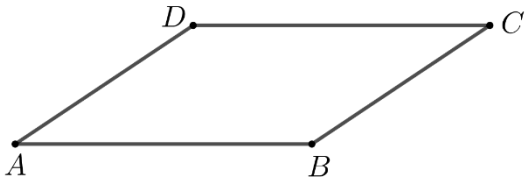
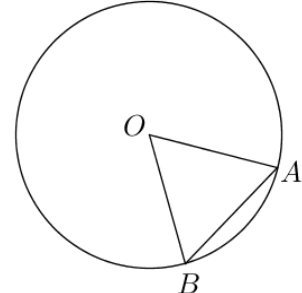
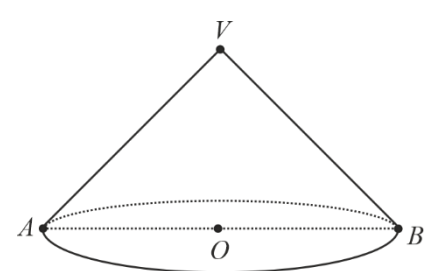
| 5p | 5. Patru elevi, Andra, Marius, Ioana și David, au calculat produsul numerelor $a = \sqrt{5}$ și $b = \sqrt{20}$. Rezultatele obținute sunt prezentate în tabelul de mai jos: | | | | | | | |
|-----------|---|---|-------------|--------|-------|-------|----|---|
| | | <table border="1"> <thead> <tr> <th>Andra</th> <th>Marius</th> <th>Ioana</th> <th>David</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>10</td> <td>5</td> <td>$2\sqrt{5}$</td> <td>$\sqrt{10}$</td> </tr> </tbody> </table> | Andra | Marius | Ioana | David | 10 | 5 |
| Andra | Marius | Ioana | David | | | | | |
| 10 | 5 | $2\sqrt{5}$ | $\sqrt{10}$ | | | | | |
| | <p>Rezultatul corect a fost obținut de către:</p> <p>a) Andra b) Marius c) Ioana d) David</p> | | | | | | | |
| 5p | 6. Alina afirmă că: „În intervalul de numere reale $[-3, 2]$ sunt 7 numere întregi.” Afirmatia Alinei este: <p>a) adevărată b) falsă</p> | | | | | | | |

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

| | | |
|-----------|---|---|
| 5p | 1. În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B, C și D , în această ordine, astfel încât $AB = BC = CD$, iar lungimea segmentului CD este egală cu 10cm. Lungimea segmentului AD este egală cu: <p>a) 30cm b) 20cm c) 15cm d) 10cm</p> |  |
| 5p | 2. În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf AOB și COD , cu punctele A, O și D coliniare. Măsura unghiului AOB este egală cu 50° și OM este bisectoarea unghiului AOB . Măsura unghiului DOM este egală cu: <p>a) 25° b) 50° c) 130° d) 155°</p> |  |
| 5p | 3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $\sphericalangle BAC = 50^\circ$. Punctul D aparține segmentului AC , astfel încât $BD = BC$. Măsura unghiului BDC este egală cu: <p>a) 50° b) 65° c) 115° d) 130°</p> |  |

| | |
|----|--|
| 5p | <p>4. În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 10\text{cm}$ și $BC = 6\text{cm}$. Perimetrul paralelogramului $ABCD$ este egal cu:</p> <p>a) 16cm b) 24cm c) 32cm d) 40cm</p>  |
| 5p | <p>5. În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O. Punctele A și B aparțin cercului, astfel încât măsura unghiului AOB este de 60° și $AB = 10\text{cm}$. Lungimea cercului este egală cu:</p> <p>a) $10\pi\text{cm}$ b) $20\pi\text{cm}$ c) $100\pi\text{cm}$ d) $200\pi\text{cm}$</p>  |
| 5p | <p>6. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept cu secțiunea axială triunghiul dreptunghic VAB. Înălțimea conului are lungimea egală cu $2\sqrt{2}\text{cm}$. Aria bazei conului este egală cu:</p> <p>a) 8cm^2 b) 16cm^2 c) $8\pi\text{cm}^2$ d) $16\pi\text{cm}^2$</p>  |

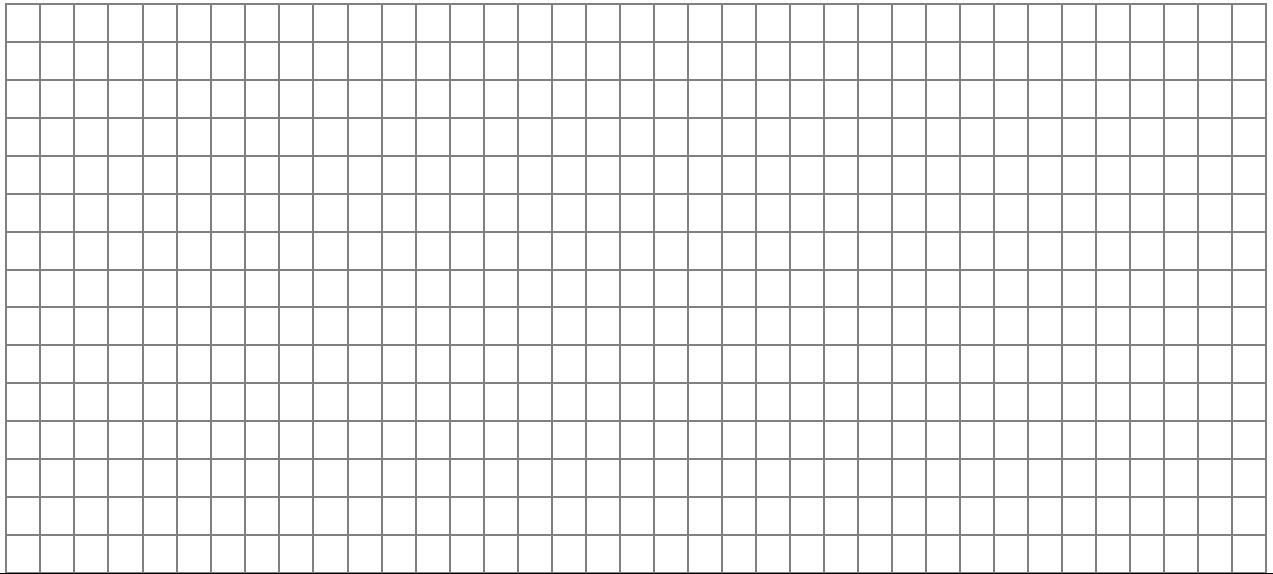
SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

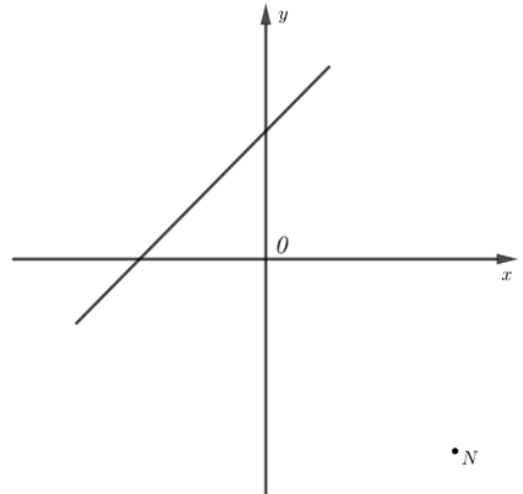
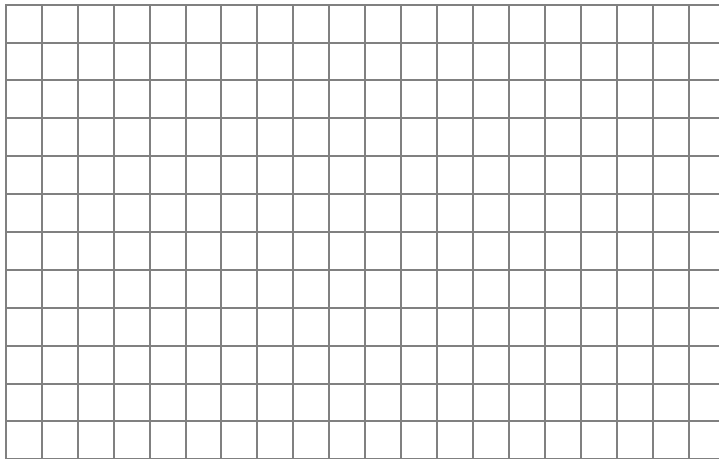
| | |
|----|---|
| 5p | <p>1. Mihai a cheltuit o sumă de bani în patru zile. În prima zi a cheltuit 20% din întreaga sumă, în a doua zi 30% din suma rămasă, în a treia zi cu 20 de lei mai mult decât a doua zi, iar în a patra zi a cheltuit ultimii 44 de lei.</p> <p>(2p) a) Verifică dacă Mihai a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani. Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 200px; margin-top: 10px;"></div> |
|----|---|

(3p) b) Determină numărul natural n pentru care $5 \cdot E(n)$ este număr natural.

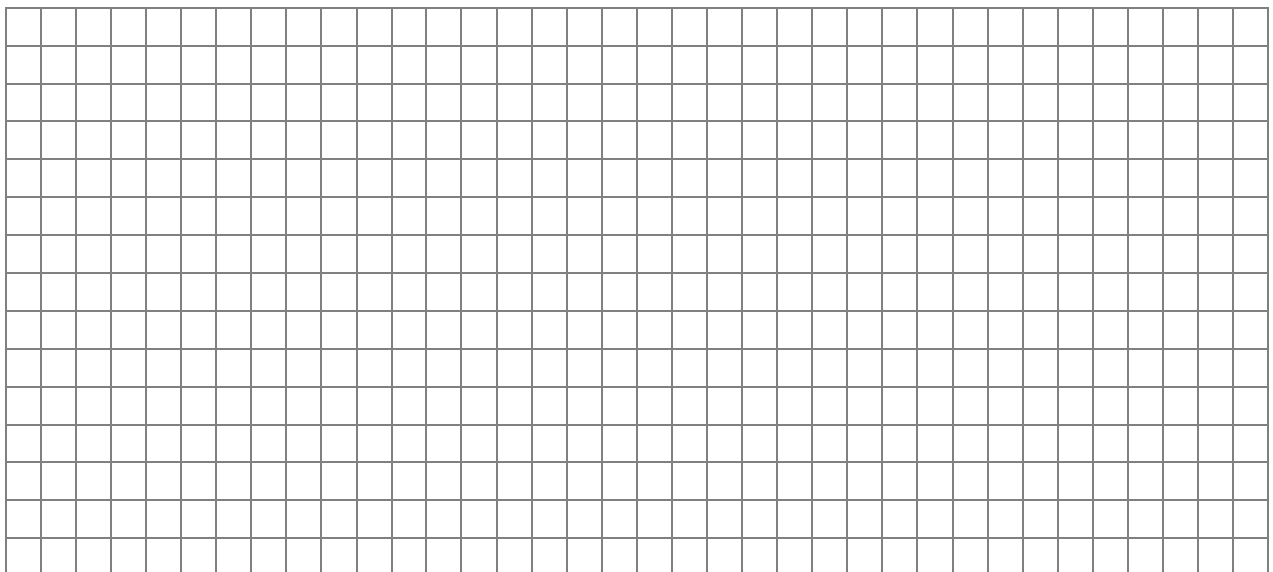


5p 3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

(2p) a) Arată că $2023 \cdot f(-2) = 0$.

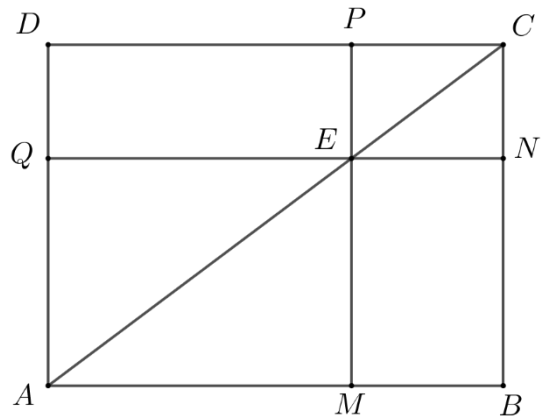
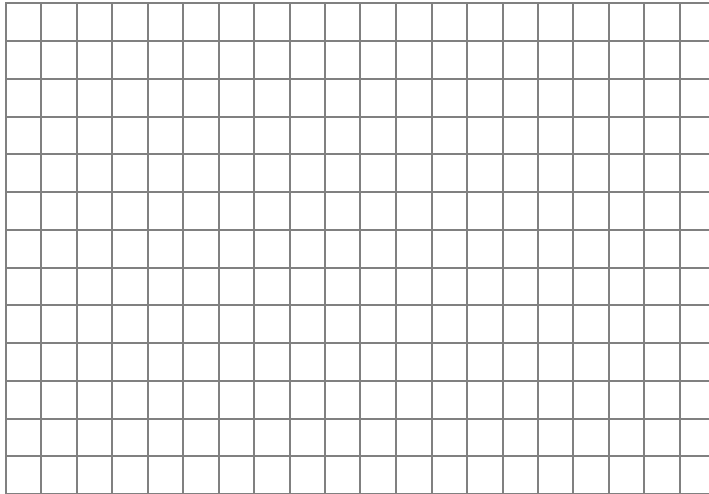


(3p) b) Punctele A și B sunt punctele de intersecție a reprezentării geometrice a graficului funcției f cu axele Ox , respectiv Oy , ale sistemului de axe ortogonale xOy , iar punctul M este mijlocul segmentului AB . Arată că punctele N , O și M sunt coliniare, unde $N(3, -3)$.

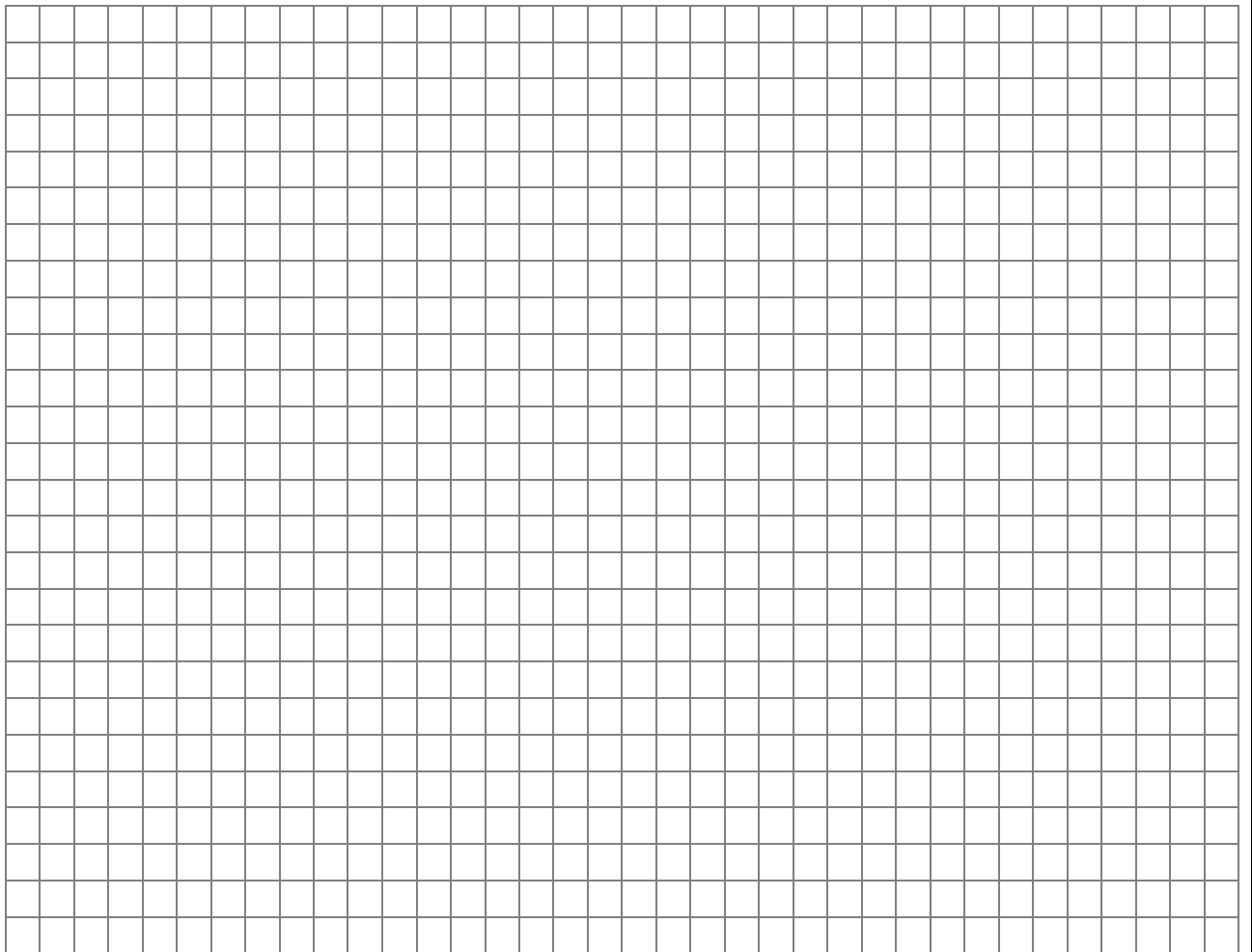


5p 4. În figura alăturată este reprezentat dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 12\text{cm}$ și $BC = 9\text{cm}$. Punctul E aparține segmentului AC , astfel încât $AE = 10\text{cm}$. Prin E se duc dreptele QN și PM paralele cu dreptele AB , respectiv BC . Punctele M , N , P și Q aparțin segmentelor AB , BC , CD și respectiv AD .

(2p) a) Arată că $AC = 15\text{cm}$.

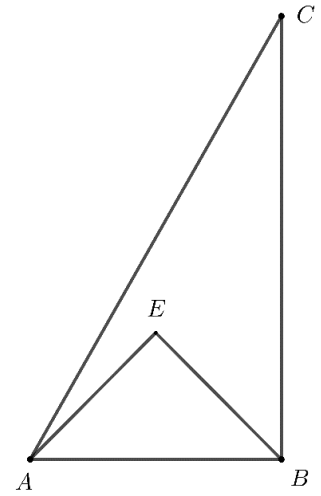
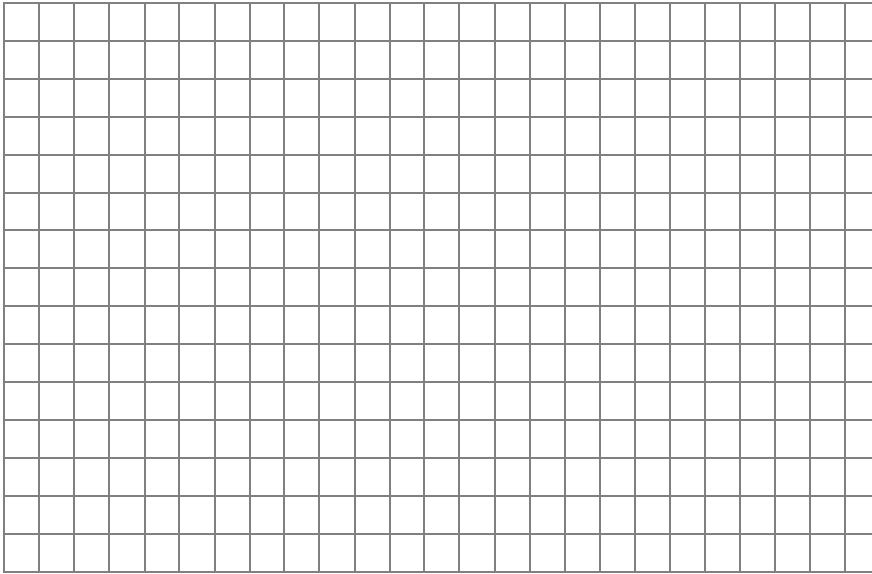


(3p) b) Arată că aria patrulaterului $AMEQ$ este de patru ori mai mare decât aria patrulaterului $CNEP$.

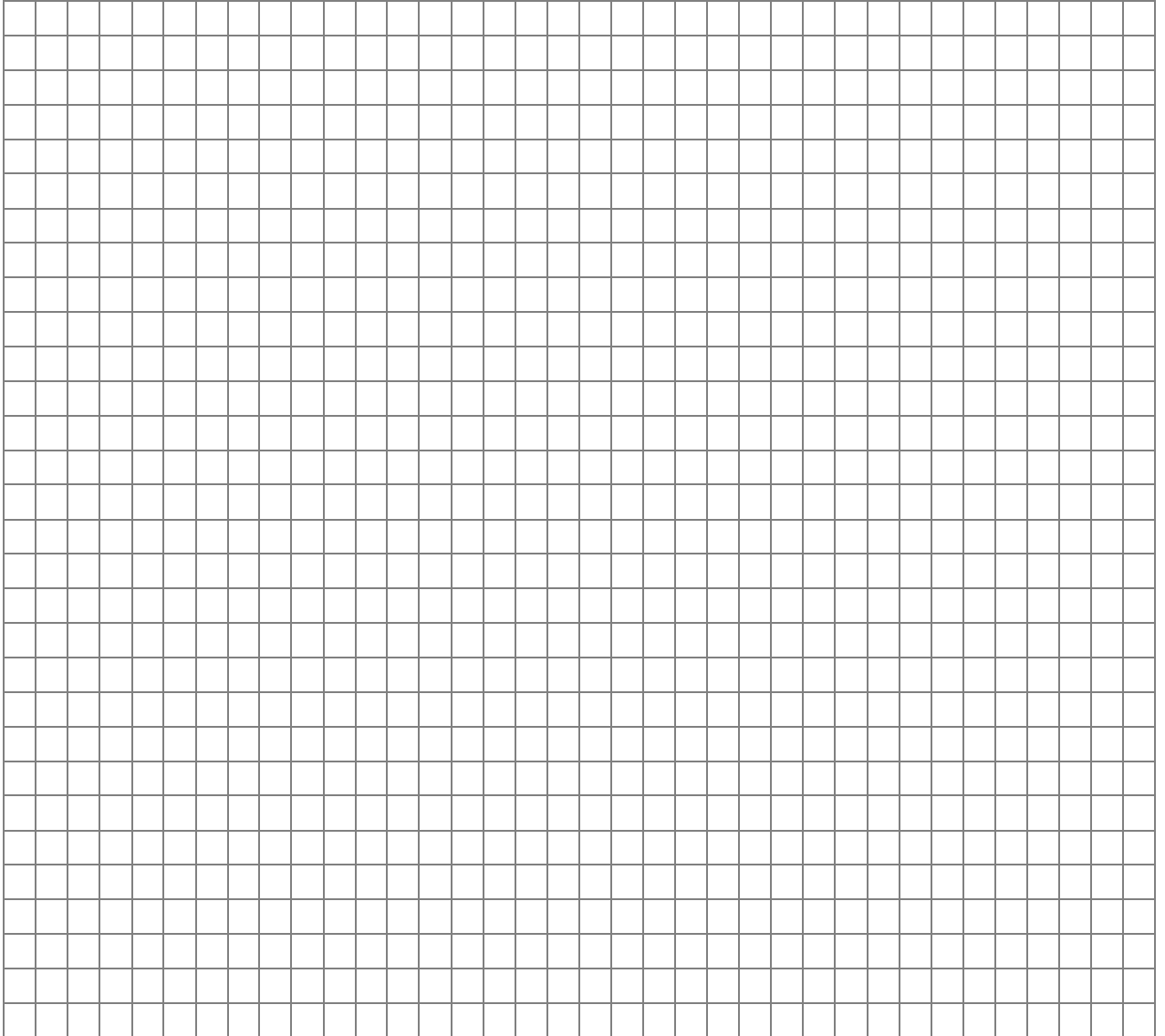


5p 5. În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC , dreptunghic în B , cu $AB = 2\sqrt{2}$ cm, $BC = 2\sqrt{6}$ cm și triunghiul dreptunghic isoscel AEB cu $AE = EB$. Punctele E și C sunt de aceeași parte a dreptei AB .

(2p) a) Arată că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$ cm.

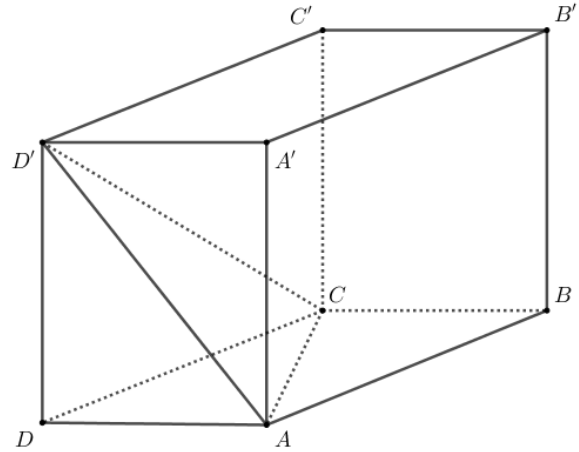
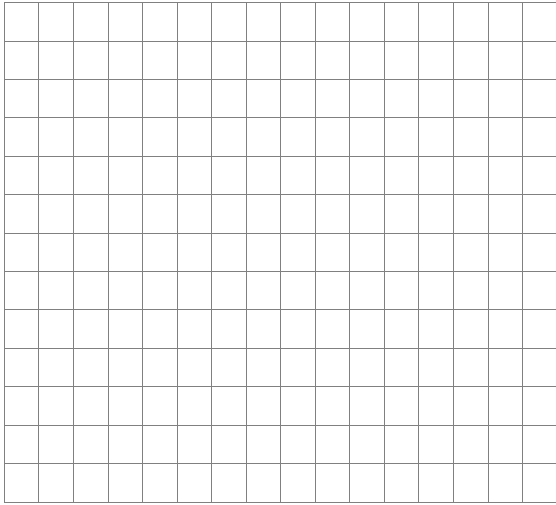


(3p) b) Calculează distanța de la punctul E la dreapta AC .

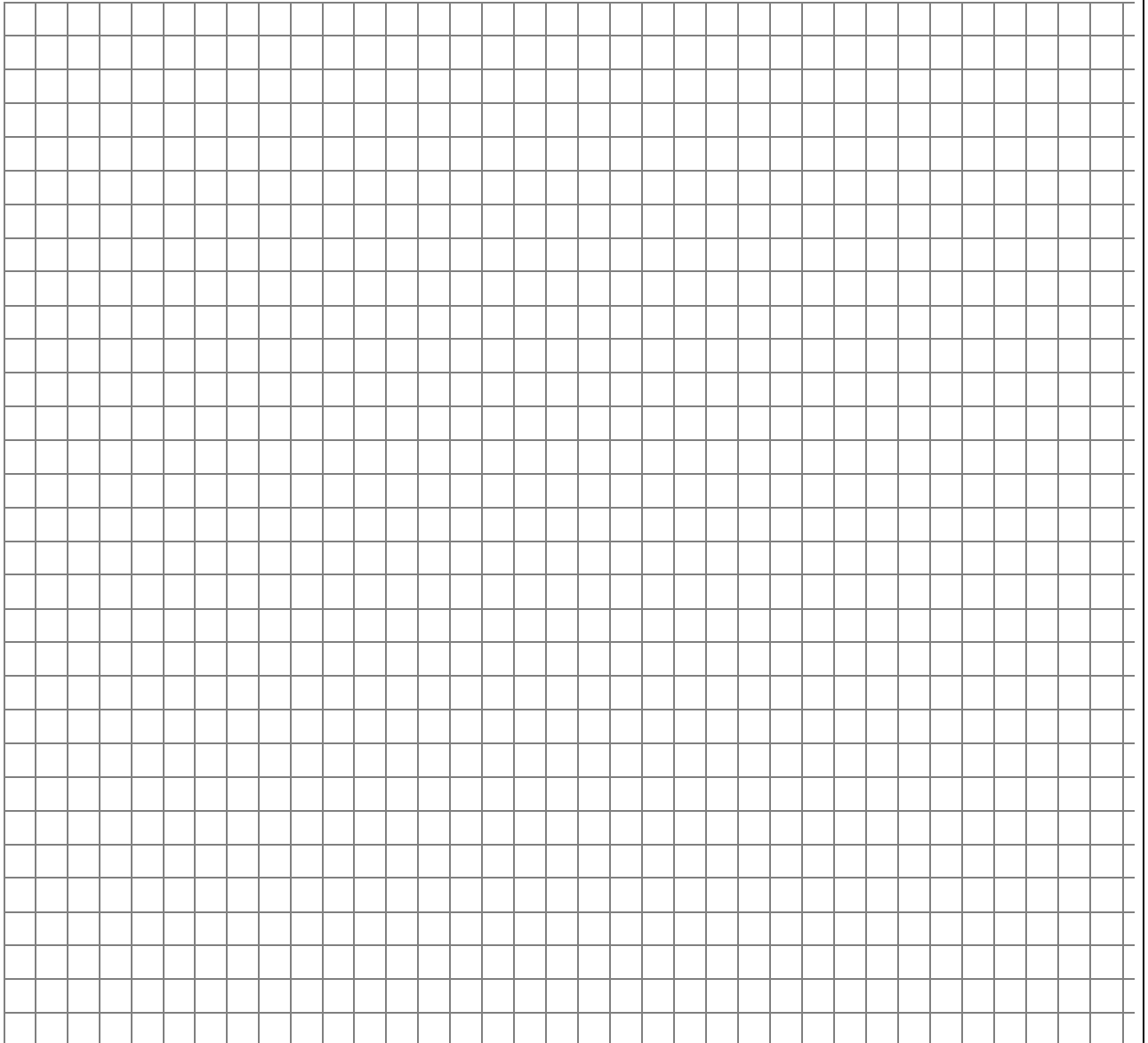


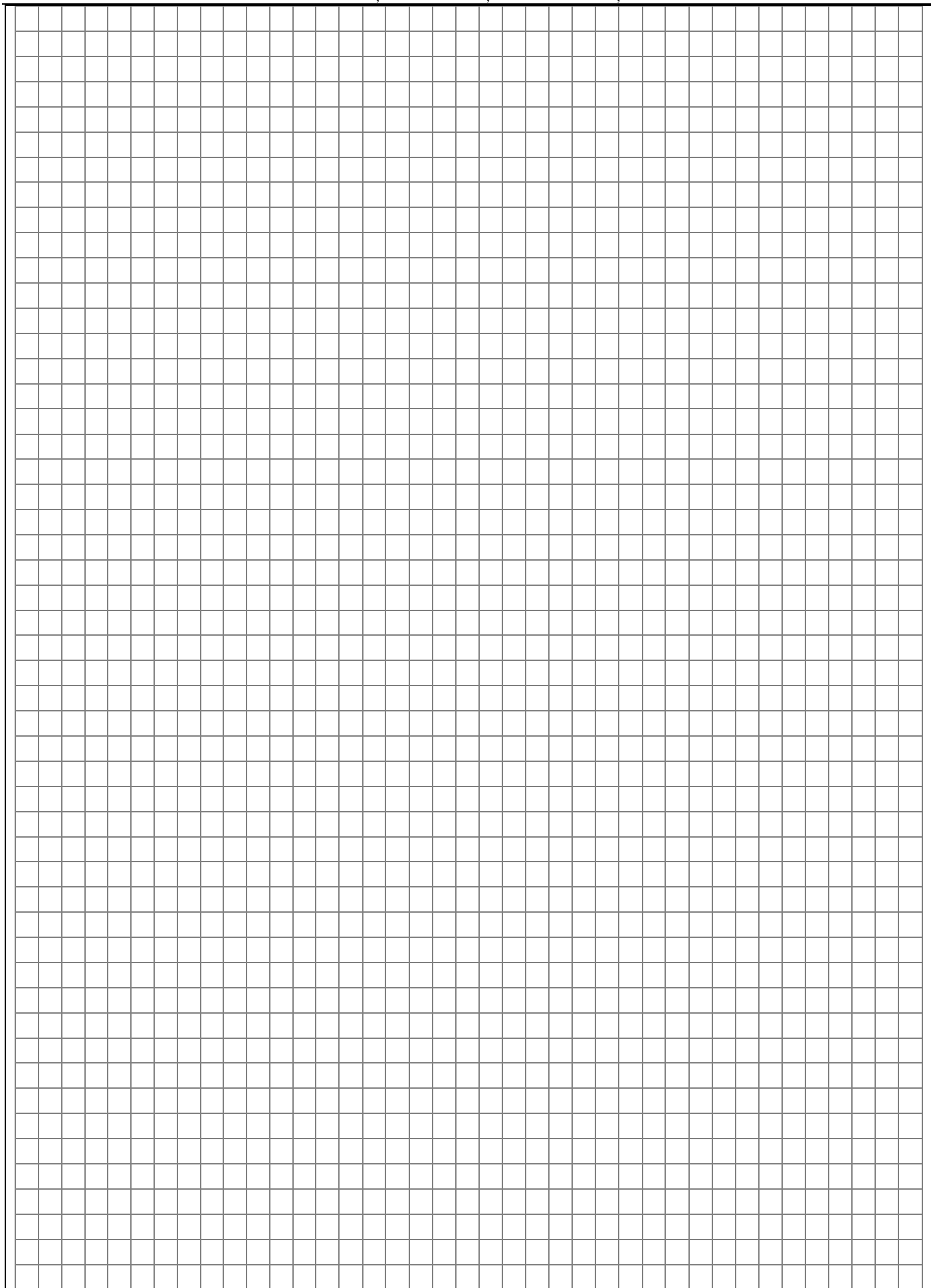
5p 6. În figura alăturată este reprezentat paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu $AB = AA' = 4\text{ cm}$ și $BC = 2\text{ cm}$.

(2p) a) Arată că aria totală a paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este egală cu 64 cm^2 .



(3p) b) Arată că dreapta NP este paralelă cu planul (ACD') , unde punctul N este proiecția punctului C' pe dreapta $B'D'$ și punctul P este proiecția punctului C' pe dreapta CB' .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

| | | |
|----|----|----|
| 1. | b) | 5p |
| 2. | c) | 5p |
| 3. | b) | 5p |
| 4. | d) | 5p |
| 5. | a) | 5p |
| 6. | b) | 5p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

| | | |
|----|----|----|
| 1. | a) | 5p |
| 2. | d) | 5p |
| 3. | b) | 5p |
| 4. | c) | 5p |
| 5. | b) | 5p |
| 6. | c) | 5p |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

| | | | |
|----|----|---|----------------|
| 1. | a) | $\frac{30}{100}\left(x - \frac{20}{100} \cdot x\right) = \frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde x reprezintă întreaga sumă de bani | 1p |
| | | $\frac{24x}{100} < \frac{25x}{100} = \frac{1}{4} \cdot x$, de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani | 1p |
| | b) | $\frac{x}{5} + \frac{6x}{25} + \left(\frac{6x}{25} + 20\right) + 44 = x$ $\frac{17x}{25} + 64 = x$ $x = 200$ de lei | 1p 1p 1p |
| 2. | a) | $\frac{x}{9+3x} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x^2+3x} = \frac{x}{3(x+3)} - \frac{2}{x+3} + \frac{3}{x(x+3)} =$ $= \frac{x^2 - 6x + 9}{3x(x+3)} = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x , $x \neq -3$ și $x \neq 0$ | 1p 1p |

| | | |
|----|--|---|
| | <p>b) $\frac{x}{3} + \frac{3}{x} - 2 = \frac{x^2 + 9 - 6x}{3x} = \frac{(x-3)^2}{3x}$</p> <p>$E(x) = \frac{(x-3)^2}{3x(x+3)} \cdot \frac{3x}{(x-3)^2} = \frac{1}{x+3}$, pentru orice număr real x, $x \neq -3$, $x \neq 0$, $x \neq 3$</p> <p>$5 \cdot E(n) = \frac{5}{n+3}$ este număr natural, deci $n+3=1$ sau $n+3=5$ și, cum n este număr natural, obținem $n=2$</p> | <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> |
| 3. | <p>a) $f(-2) = 0$ $2023 \cdot f(-2) = 2023 \cdot 0 = 0$</p> <p>b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$ sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy În triunghiul dreptunghic isoscel AOB, OM mediană, deci OM bisectoare $\Rightarrow \sphericalangle MOB = 45^\circ$ $NP \perp Ox$, $P \in Ox \Rightarrow P(3,0)$, iar $\sphericalangle MON = \sphericalangle MOB + \sphericalangle BOP + \sphericalangle PON = 45^\circ + 90^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, de unde rezultă că punctele N, O și M sunt coliniare</p> | <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> |
| 4. | <p>a) În triunghiul dreptunghic ABC, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15$ cm</p> <p>b) $QN \parallel AB \parallel CD$, $PM \parallel BC \parallel AD$ și $\sphericalangle QAM = \sphericalangle PCN = 90^\circ$, deci $AMEQ$ și $CNEP$ sunt dreptunghiuri</p> <p>$PC \parallel AM \Rightarrow \triangle PEC \sim \triangle MEA \Rightarrow \frac{PE}{ME} = \frac{PC}{AM} = \frac{EC}{EA} = \frac{1}{2}$</p> <p>$ME = 2 \cdot PE$, $AM = 2 \cdot PC \Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ} = AM \cdot ME = 4 \cdot PC \cdot PE = 4 \cdot \mathcal{A}_{CNEP}$</p> | <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> |
| 5. | <p>a) În triunghiul dreptunghic ABC, $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{2}$ cm $P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}(3 + \sqrt{3})$ cm</p> <p>b) EM mediană în triunghiul dreptunghic isoscel $AEB \Rightarrow EM = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$ cm, BE bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $EM \perp AB$, $M \in AB$ și $EN \perp BC$, $N \in BC$, de unde obținem $EM = EN = \sqrt{2}$ cm</p> <p>$\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \mathcal{A}_{\triangle ABC} - \mathcal{A}_{\triangle AEB} - \mathcal{A}_{\triangle BEC} = \frac{AB \cdot BC}{2} - \frac{AB \cdot EM}{2} - \frac{BC \cdot EN}{2} = 2(\sqrt{3} - 1)$ cm²</p> <p>$\mathcal{A}_{\triangle AEC} = \frac{AC \cdot EP}{2}$, unde $EP \perp AC$, $P \in AC$, de unde $EP = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$ cm</p> | <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> |
| 6. | <p>a) $\mathcal{A}_t = 2 \cdot (AB \cdot AA' + BC \cdot AA' + AB \cdot BC) = 2 \cdot (16 + 8 + 8) = 2 \cdot 32 = 64$ cm²</p> <p>b) $\triangle B'C'D' \equiv \triangle B'C'C \Rightarrow B'D' = B'C$ În triunghiul $B'C'D'$ dreptunghic, $B'N = \frac{B'C'^2}{B'D'}$ și în triunghiul $B'C'C$ dreptunghic, $B'P = \frac{B'C'^2}{B'C}$, de unde $B'N = B'P$ În triunghiul $B'D'C$, $\frac{B'N}{B'D'} = \frac{B'P}{B'C} \Rightarrow NP \parallel D'C$, $D'C \subset (ACD') \Rightarrow NP \parallel (ACD')$</p> | <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> |