

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

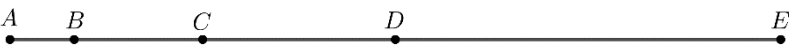
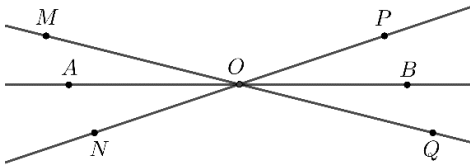
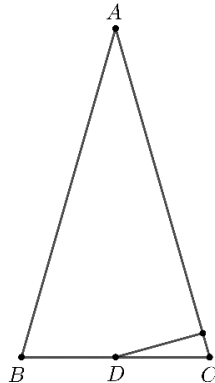
5p	1. Restul împărțirii numărului 24 la 10 este egal cu: a) 1 b) 2 c) 4 d) 6
5p	2. Numărul care reprezintă 15% din 200 este egal cu: a) 15 b) 30 c) 150 d) 200
5p	3. Suma numerelor -5 , -4 , 4 și 6 este egală cu: a) 0 b) 1 c) 11 d) 19
5p	4. Dintre numerele $\frac{9}{2}$; $4,(5)$; $\frac{81}{20}$ și $4,55$, cel mai mare este: a) 4,55 b) $\frac{81}{20}$ c) $4,(5)$ d) $\frac{9}{2}$

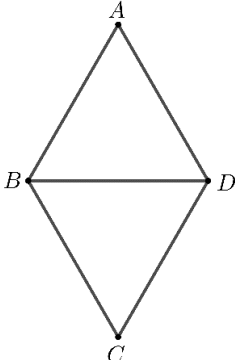
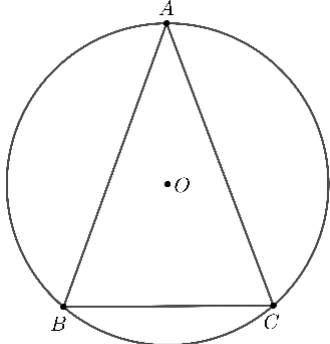
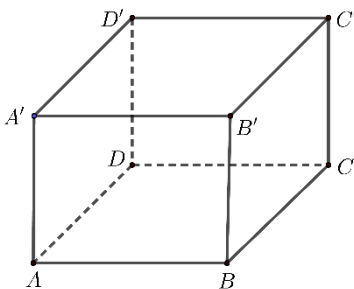
5p	<p>5. Patru elevi, Andreea, Mihaela, Radu și Vlad, calculează media geometrică a numerelor reale $a = 3 + 2\sqrt{2}$ și $b = 3 - 2\sqrt{2}$ și obțin rezultatele înregistrate în tabelul următor:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>Andreea</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>Mihaela</td> <td>$\sqrt{6}$</td> </tr> <tr> <td>Radu</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>Vlad</td> <td>$\sqrt{17}$</td> </tr> </table> <p>Conform informațiilor din tabel, dintre cei patru elevi, cel care a calculat corect media geometrică este:</p> <p>a) Andreea b) Mihaela c) Radu d) Vlad</p>	Andreea	1	Mihaela	$\sqrt{6}$	Radu	3	Vlad	$\sqrt{17}$
Andreea	1								
Mihaela	$\sqrt{6}$								
Radu	3								
Vlad	$\sqrt{17}$								
5p	<p>6. Un spectacol a început la ora 21:45 și s-a finalizat la ora 23:15, în aceeași zi. Marian afirmă că: „Spectacolul are o durată de o oră și jumătate.”. Știind că spectacolul nu a avut pauză, afirmația lui Marian este:</p> <p>a) adevărată b) falsă</p>								

SUBIECTUL al II-lea

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

(30 de puncte)

5p	<p>1. În figura alăturată, punctele A, B, C, D și E sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $AB = 1$ cm, $BC = 2$ cm, $CD = 3$ cm și $DE = 6$ cm. Mijlocul segmentului AE este punctul:</p> <p>a) B b) C c) D d) E</p>	
5p	<p>2. În figura alăturată, unghiurile MON și POQ sunt opuse la vârf, iar semidreptele OA și OB sunt bisectoarele lor. Măsura unghiului AOB este egală cu:</p> <p>a) 60° b) 90° c) 120° d) 180°</p>	
5p	<p>3. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC de bază BC. Unghiul A are măsura de 30° și $AB = 4$ cm. Punctul D este mijlocul segmentului BC. Distanța de la punctul D la dreapta AC este egală cu:</p> <p>a) 0,5 cm b) 1 cm c) 1,5 cm d) 2 cm</p>	

<p>5p</p>	<p>4. În figura alăturată este reprezentat rombul $ABCD$ cu măsura unghiului BAD de 60° și lungimea segmentului BD egală cu 4 cm. Perimetrul rombului $ABCD$ este egal cu:</p> <p>a) $4\sqrt{3}$ cm b) 12 cm c) $8\sqrt{3}$ cm d) 16 cm</p>	
<p>5p</p>	<p>5. Punctele A, B și C sunt vârfurile unui triunghi isoscel de bază BC, înscris în cercul de centru O, iar măsura unghiului ABC este egală cu 70°. Arcul mic BC are măsura egală cu:</p> <p>a) 140° b) 80° c) 70° d) 40°</p>	
<p>5p</p>	<p>6. Volumul paralelipipedului dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$, cu $AB = 5$ dm, $BC = 6$ dm și înălțimea $AA' = 4$ dm, este egal cu:</p> <p>a) 30 dm^3 b) 88 dm^3 c) 120 dm^3 d) 148 dm^3</p>	

SUBIECTUL al III-lea

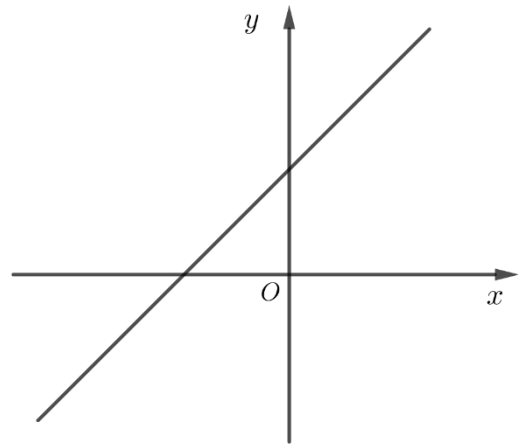
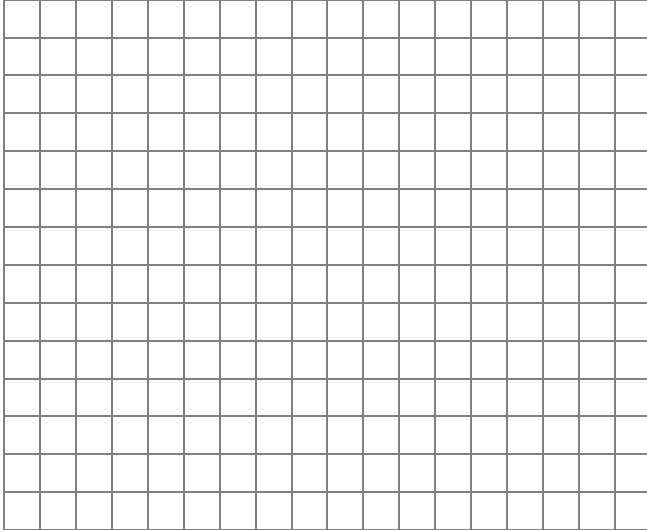
Scrie rezolvările complete.

(30 de puncte)

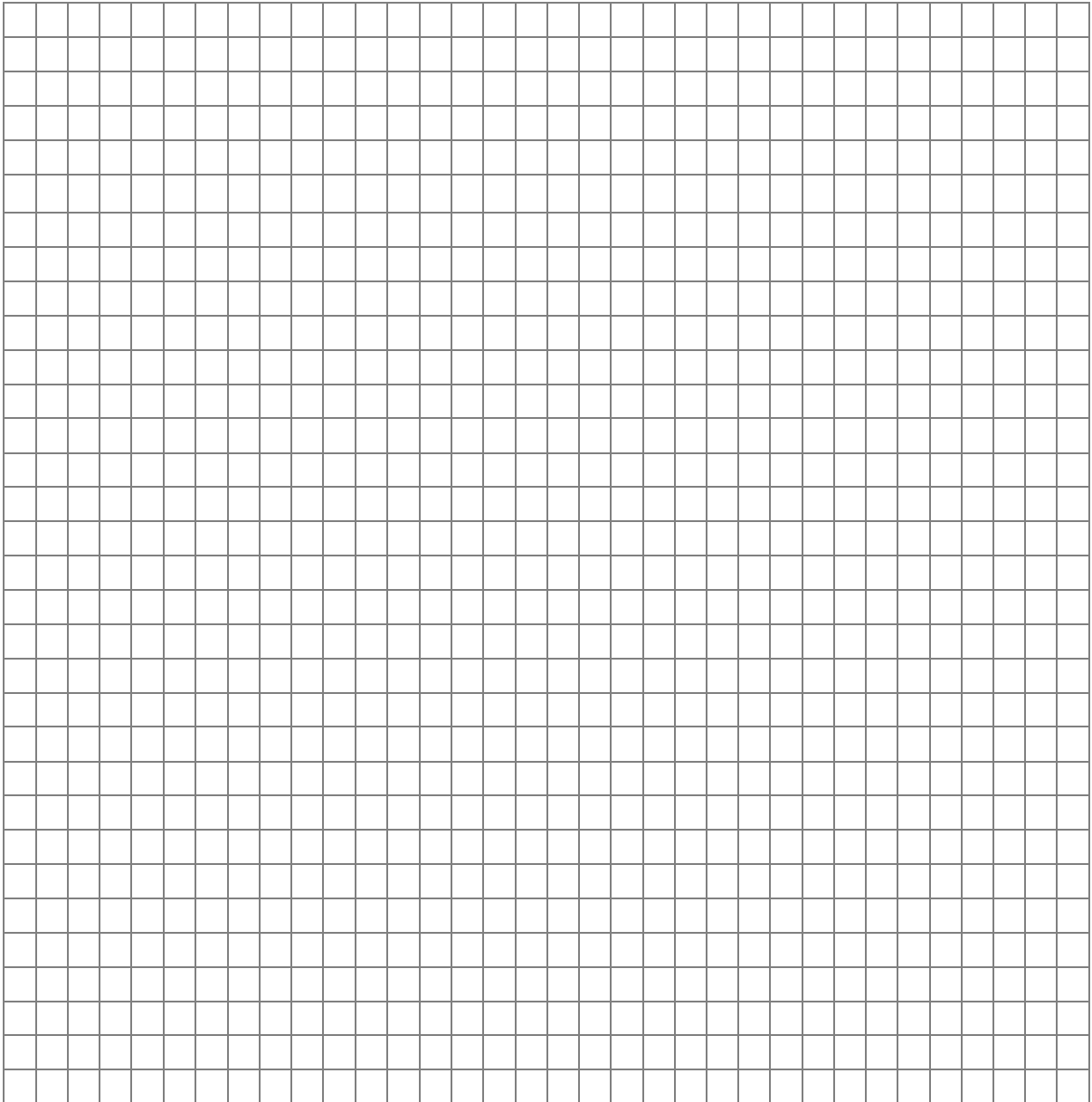
<p>5p</p>	<p>1. Radu are o pungă cu bomboane. Dacă împarte bomboanele din pungă în grupe de câte 7, 14, respectiv 21 de bomboane, îi rămân de fiecare dată câte 5 bomboane.</p> <p>(2p) a) Este posibil ca Radu să aibă în pungă 61 de bomboane? Justifică răspunsul dat.</p> <div style="border: 1px solid black; width: 100%; height: 200px; margin-top: 10px;"></div>
------------------	--

5p 3. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$.

(2p) a) Arată că $f(-1) \cdot f(2019) = 2021$.



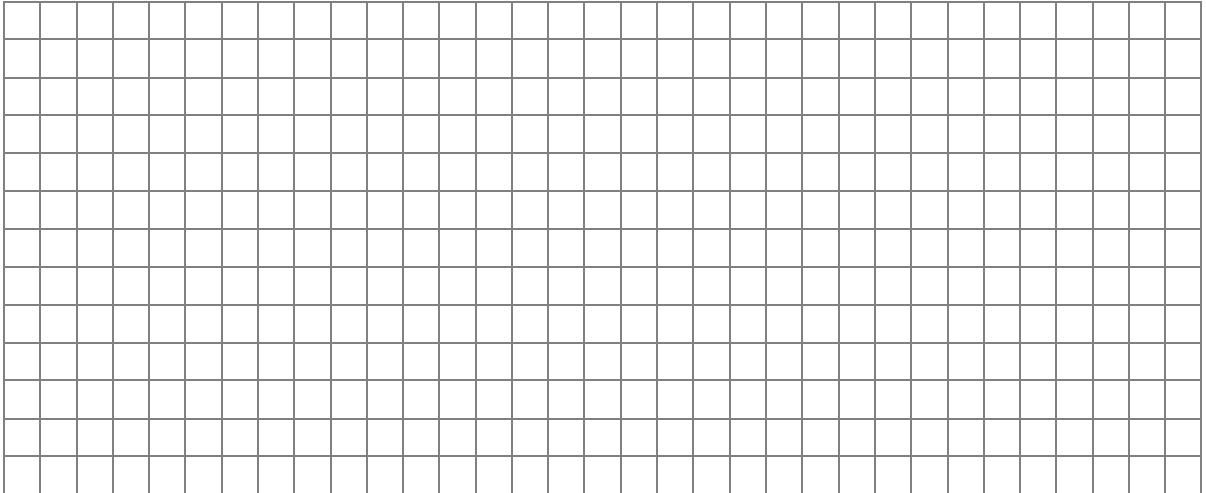
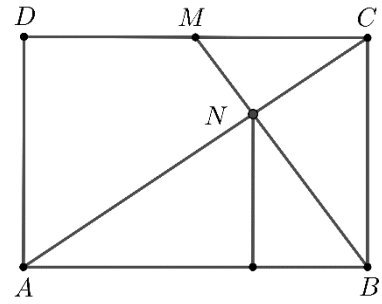
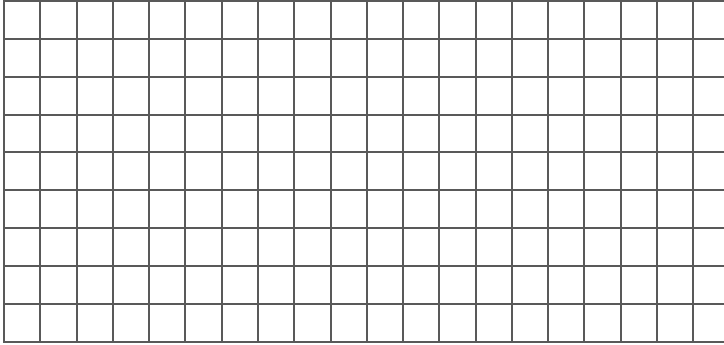
(3p) b) Determină aria triunghiului delimitat de reprezentarea grafică a funcției f și de axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy .



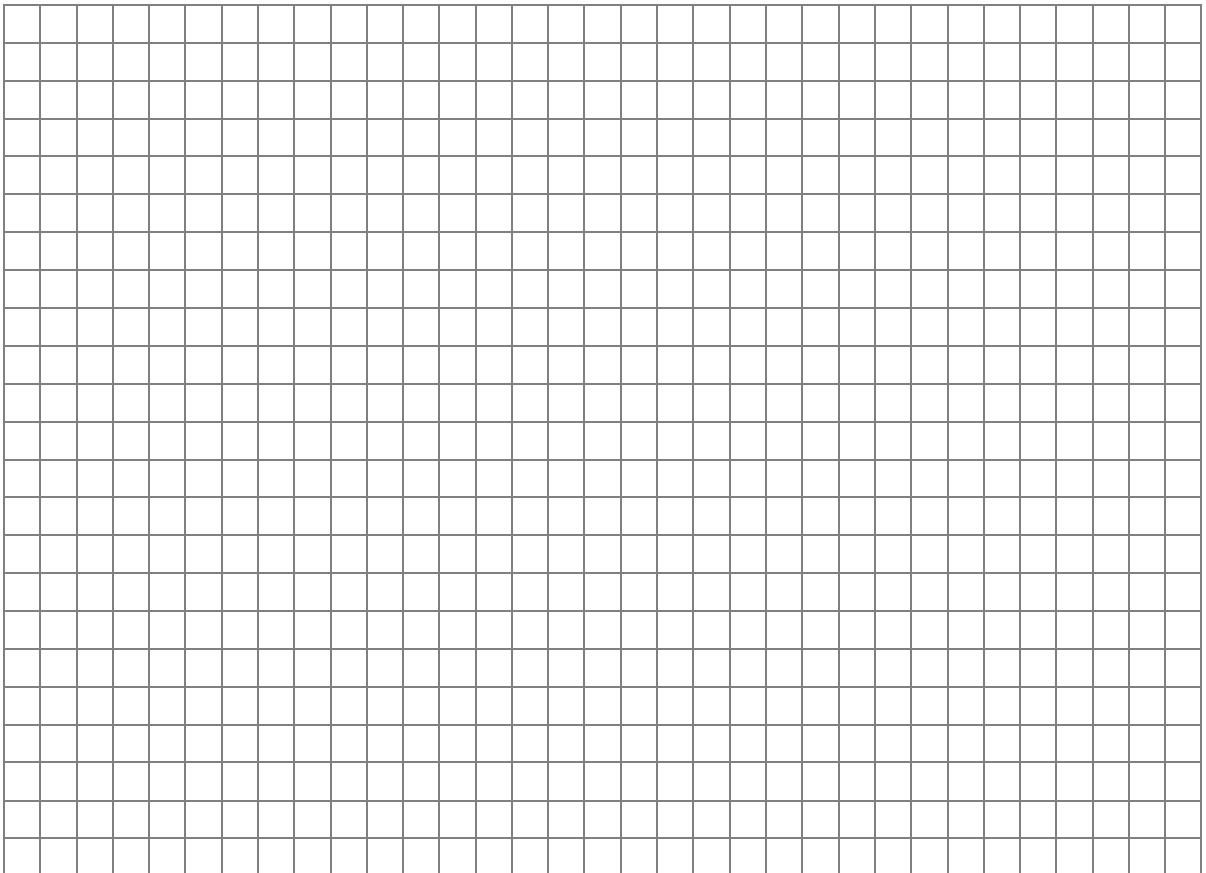
5p

4. În figura alăturată este reprezentat un triunghi ABC cu $AB=12$ cm, $BC=9$ cm și $AC=15$ cm. Punctul D este simetricul punctului B față de mijlocul segmentului AC , punctul M este mijlocul segmentului CD și N este punctul de intersecție a dreptelor BM și AC .

(2p) a) Demonstrează că $BN = 2 \cdot MN$.



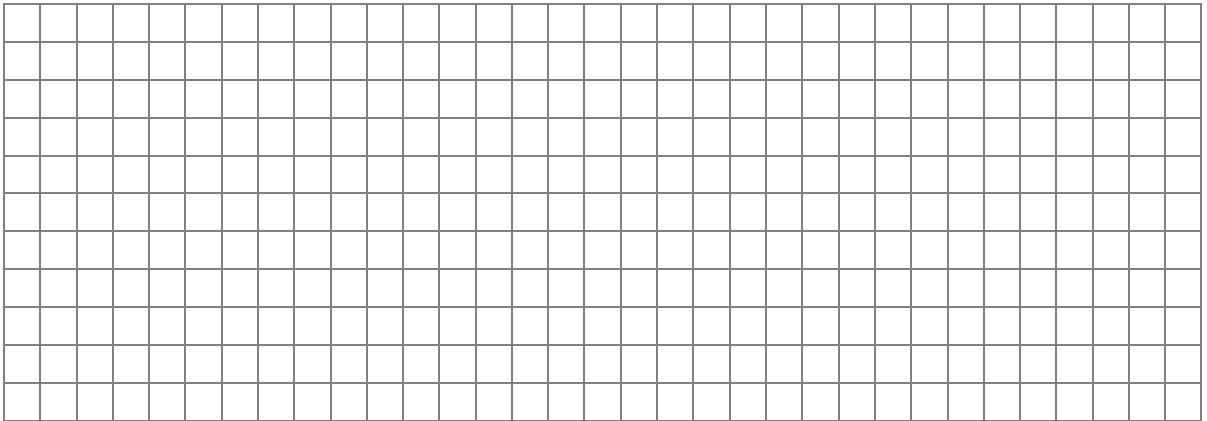
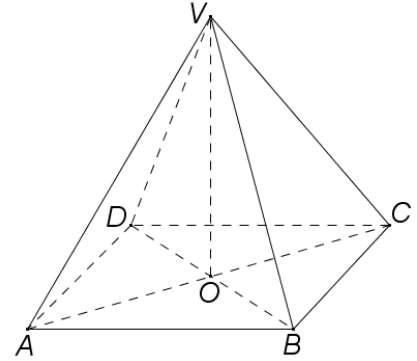
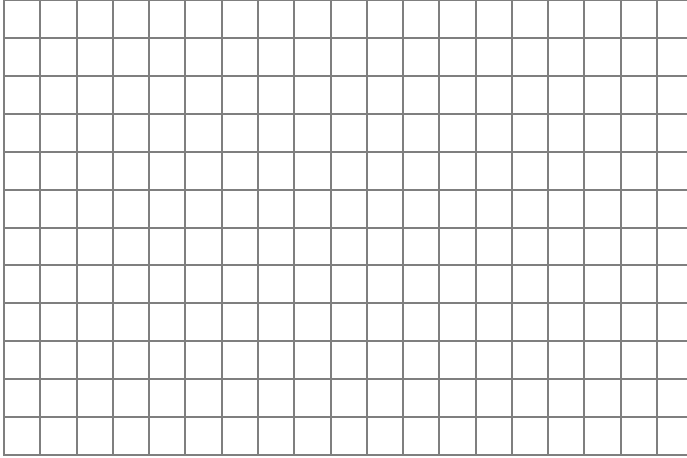
(3p) b) Determină distanța de la punctul N la dreapta AB .



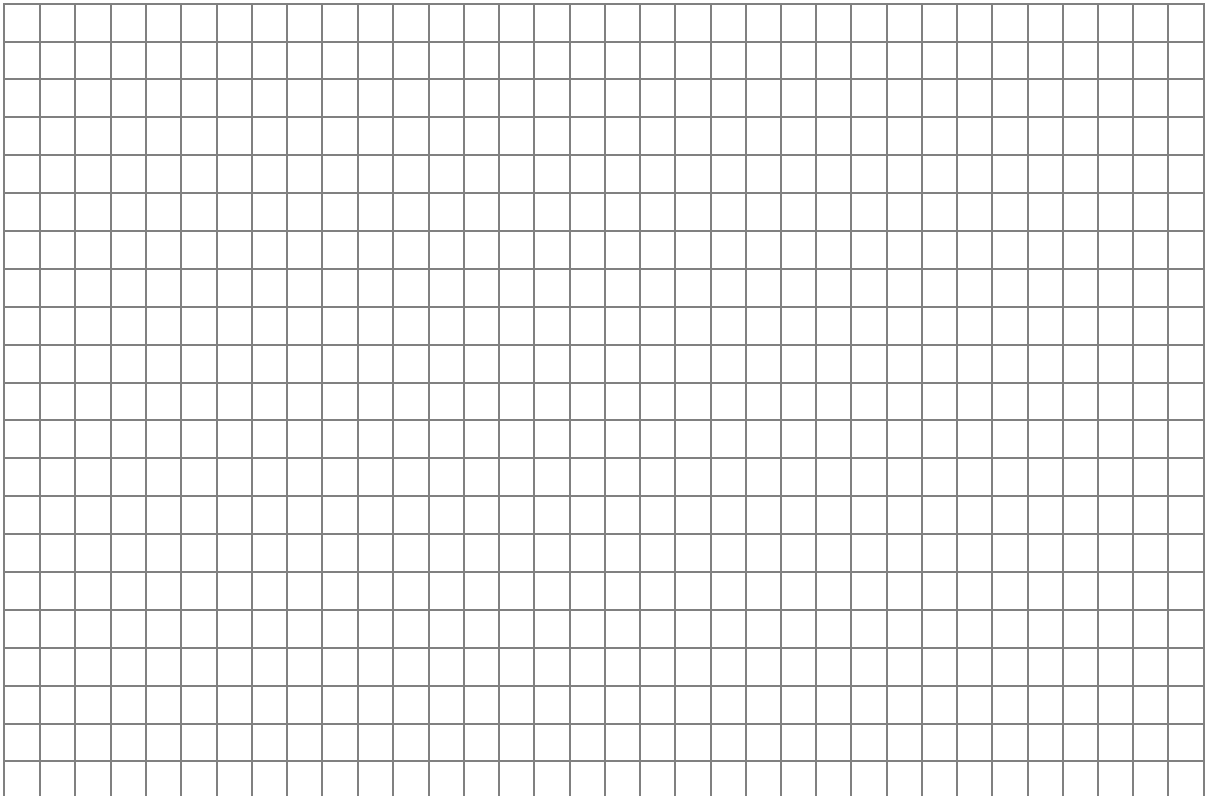
5p

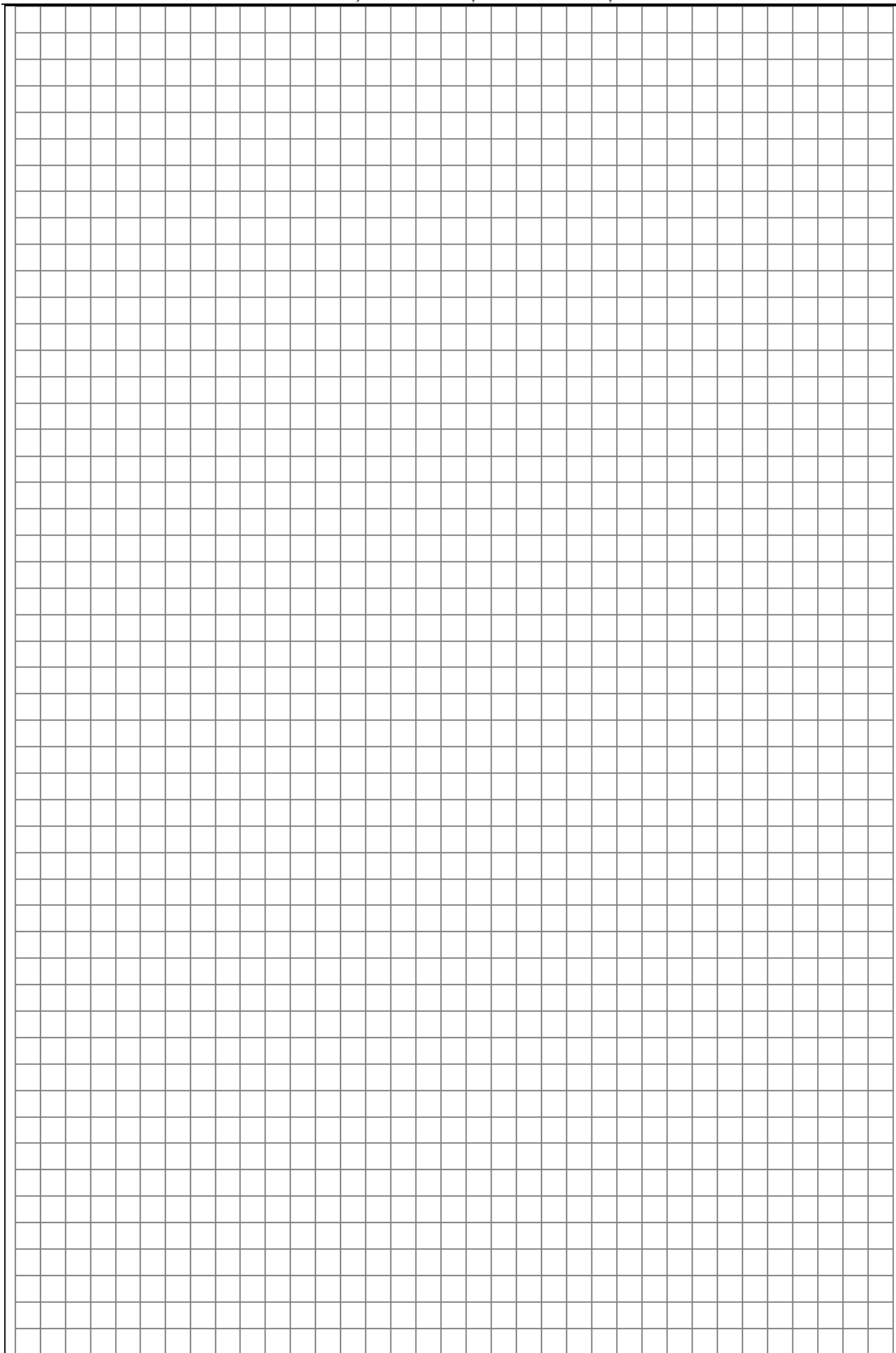
6. În figura alăturată este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$, cu baza pătratul $ABCD$, cu $AB = 8$ cm. Înălțimea VO a piramidei are lungimea egală cu $4\sqrt{3}$ cm, unde O este punctul de intersecție a dreptelor AC și BD .

(2p) a) Arată că volumul piramidei $VABCD$ este egal cu $\frac{256\sqrt{3}}{3}$ cm³.



(3p) b) Demonstrează că măsura unghiului planelor (VAD) și (VBC) este egală cu 60° .





EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2021 - 2022
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.
- Nu se acordă punctaje intermediare.

SUBIECTUL al III-lea

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	b)	5p
3.	b)	5p
4.	c)	5p
5.	a)	5p
6.	a)	5p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.	c)	5p
2.	d)	5p
3.	b)	5p
4.	d)	5p
5.	b)	5p
6.	c)	5p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.	a) $61 = 21 \cdot 2 + 19$	1p
	Cum $19 \neq 5$, deducem că nu este posibil ca Radu să aibă în pungă 61 de bomboane	1p
	b) $n = 7 \cdot c_1 + 5$, $n = 14 \cdot c_2 + 5$, $n = 21 \cdot c_3 + 5$, unde n este numărul bomboanelor din pungă și c_1 , c_2 și c_3 sunt numere naturale	1p
	Cel mai mic multiplu comun al numerelor 7, 14 și 21 este 42, deci $n - 5$ este multiplu de 42 $n = 131$	1p 1p
2.	a) $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$	1p
	$E(x) = (x + 1)^2 - (x + 1)^2 + (x + 1)^2 = (x + 1)^2$, pentru orice număr real x	1p
	b) $E(x) - x = (x + 1)^2 - x = x^2 + x + 1 =$ $= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$	1p 1p
	$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \geq 0$, deci $E(x) - x > 0$, pentru orice număr real x	1p

3.	<p>a) $f(-1) = 1$ $f(2019) = 2021 \Rightarrow f(-1) \cdot f(2019) = 2021$</p>	1p
	<p>b) $A(-2, 0)$ este punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Ox $B(0, 2)$ este punctul de intersecție a reprezentării grafice a funcției f cu axa Oy</p>	1p
	<p>$A_{\Delta AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = 2$</p>	1p
4.	<p>a) $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow AB \parallel CD$ $\Delta ABN \sim \Delta CMN$, $\frac{BN}{MN} = \frac{AB}{CM}$, deci $BN = 2 \cdot MN$</p>	1p
	<p>b) Cum $12^2 + 9^2 = 15^2$, obținem că triunghiul ABC este dreptunghic în B $\frac{AN}{CN} = \frac{AB}{CM} = 2 \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$</p>	1p
	<p>$NT \perp AB$, unde $T \in AB \Rightarrow NT \parallel BC$, deci $\Delta ATN \sim \Delta ABC$, de unde obținem $\frac{NT}{BC} = \frac{2}{3}$, deci distanța de la N la AB este $NT = 6\text{cm}$</p>	1p
5.	<p>a) $AM = MC \Rightarrow \sphericalangle AMN = 2 \cdot \sphericalangle ACM = 30^\circ$ $\cos(\sphericalangle AMN) = \frac{MN}{AM} \Rightarrow MN = \frac{BC}{2} \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3}\text{cm}$</p>	1p
	<p>b) $AMPQ$ este paralelogram și $AP \perp MQ$, deci $AMPQ$ este romb $AN = \frac{AM}{2} = \frac{BC}{4} = 5\text{cm}$</p>	1p
	<p>$A_{AMPQ} = \frac{AP \cdot MQ}{2} = \frac{2AN \cdot 2MN}{2} = 50\sqrt{3}\text{cm}^2$</p>	1p
6.	<p>a) $V = \frac{1}{3} A_{ABCD} \cdot VO = \frac{1}{3} \cdot AB^2 \cdot VO =$ $= \frac{256\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$</p>	1p
	<p>b) Construim, prin V, dreapta d, $d \parallel AD \parallel BC$, de unde $(VAD) \cap (VBC) = d$ $VS \perp AD$, unde $S \in AD$, $VR \perp BC$, unde $R \in BC$, deci $VS \perp d$ și $VR \perp d$, de unde $\sphericalangle((VAD), (VBC)) = \sphericalangle(VS, VR)$</p>	1p
	<p>$VR = VS = RS = 8\text{cm}$, deci triunghiul VRS este echilateral, de unde $\sphericalangle SVR = 60^\circ$, deci $\sphericalangle((VAD), (VBC)) = 60^\circ$</p>	1p