[redacted]

- **Toate subiectele sunt obligatorii.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de două ore.**

SUBIECTUL I

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p	**1.** Rezultatul calculului $8+14:2$ este egal cu: **a)** 22 **b)** 15 **c)** 11 **d)** 6
5p	**2.** Un album costă 200 de lei. După o reducere cu 20%, prețul albumului este egal cu: **a)** 20 de lei **b)** 40 de lei **c)** 160 de lei **d)** 180 de lei
5p	**3.** Se consideră intervalele de numere reale $I=(-\infty,6]$ și $J=(4,+\infty)$. Intersecția intervalelor I și J este intervalul: **a)** $(-\infty,4]$ **b)** $[4,6)$ **c)** $(6,+\infty)$ **d)** $(4,6]$
5p	**4.** Cel mai mare număr din mulțimea $\mathrm{A}=\{5,(024);\ 5,(24);\ 5,2(4);\ 5,24\}$ este: **a)** $5,(024)$ **b)** $5,(24)$ **c)** $5,2(4)$ **d)** $5,24$

5p **5.** Patru elevi, Alin, Ioana, Dana și Vlad, calculează suma numerelor reale a și b pentru care $|a+3|+|b-4|=0$.

Răspunsurile date de cei patru elevi sunt prezentate în tabelul de mai jos:

Alin	Ioana	Dana	Vlad
-7	-1	1	7

Rezultatul corect a fost obținut de către:

a) Alin
b) Ioana
c) Dana
d) Vlad

5p **6.** Afirmația: „Numărul 1 este soluția ecuației $2x+3=4x+1$.” este:

a) adevărată
b) falsă

SUBIECTUL al II-lea

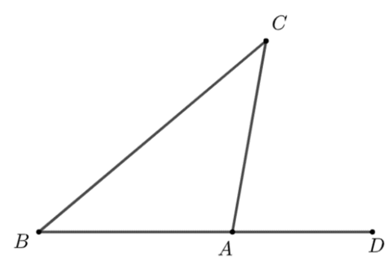
Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. **(30 de puncte)**

5p **1.** În figura alăturată punctele A, B, C și D sunt coliniare, în această ordine, astfel încât $BC=4\text{cm}$, $AD=4\cdot BC$ și $AB=CD$. Lungimea segmentului AB este egală cu:

a) 4cm
b) 6cm
c) 8cm
d) 12cm

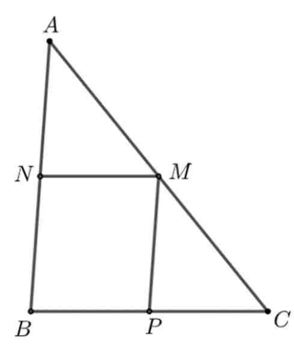
5p **2.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC, cu $AB=AC$ și măsura unghiului C egală cu $40°$. Punctele B, A și D sunt coliniare, în această ordine. Măsura unghiului CAD este egală cu:

a) $40°$
b) $60°$
c) $80°$
d) $100°$



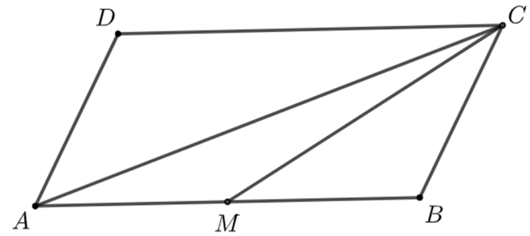
5p **3.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul ABC cu măsura unghiului A egală cu $43°$ și măsura unghiului C egală cu $51°$. Punctele M, N și P aparțin laturilor AC, AB respectiv BC, astfel încât dreapta MN este paralelă cu dreapta BC și dreapta MP este paralelă cu dreapta AB. Măsura unghiului NMP este egală cu:

a) $43°$
b) $51°$
c) $86°$
d) $94°$



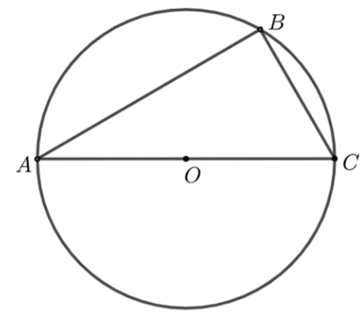
5p **4.** În figura alăturată este reprezentat paralelogramul $ABCD$. Punctul M este mijlocul segmentului AB și aria triunghiului ACM este egală cu $10\,\text{cm}^2$. Aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu:

a) $10\ \text{cm}^2$
b) $20\ \text{cm}^2$
c) $30\ \text{cm}^2$
d) $40\ \text{cm}^2$



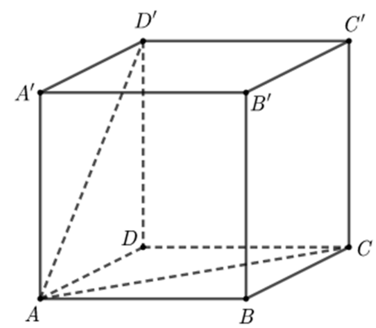
5p **5.** În figura alăturată este reprezentat cercul cu centrul în punctul O și raza egală cu 6cm. Punctele A, B și C aparțin cercului, AC este diametru și măsura unghiului BAC este egală cu $30°$. Lungimea coardei BC este egală cu:

a) 6cm
b) $6\sqrt{3}\text{cm}$
c) 12cm
d) $8\sqrt{3}\text{cm}$



5p **6.** În figura alăturată este reprezentat cubul $ABCDA'B'C'D'$. Unghiul dreptelor AC și AD' are măsura egală cu:

a) $45°$
b) $60°$
c) $90°$
d) $120°$



SUBIECTUL al III-lea

Scrie rezolvările complete. **(30 de puncte)**

5p **1.** Dacă elevii unei clase se așază câte 2 în fiecare bancă din laboratorul de fizică, atunci rămân 3 elevi în picioare. Dacă elevii se așază câte 4 în bancă, atunci rămân 5 bănci libere și o bancă în care stă un singur elev.

(2p) a) Verifică dacă în acea clasă pot fi 30 de elevi. Justifică răspunsul dat.

(3p) b) Determină numărul băncilor din laboratorul de fizică.

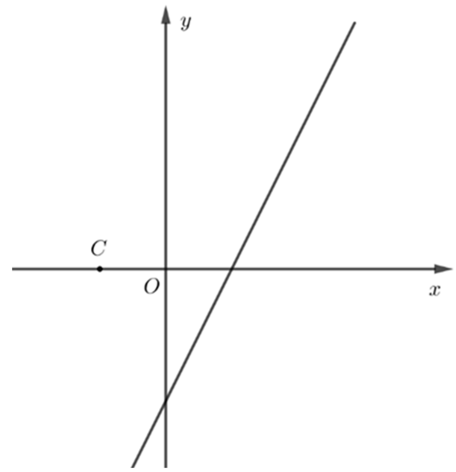
5p **2.** Se consideră expresia $E(x)=\left(\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(x^2-4\right)$, unde x este număr real, $x\neq 1$ și $x\neq 2$.

(2p) a) Arată că $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$, pentru orice număr real x.

(3p) b) Determină numerele întregi n, $n\neq 1$ și $n\neq 2$, pentru care $N=\frac{5}{E(n)}$ este număr natural.

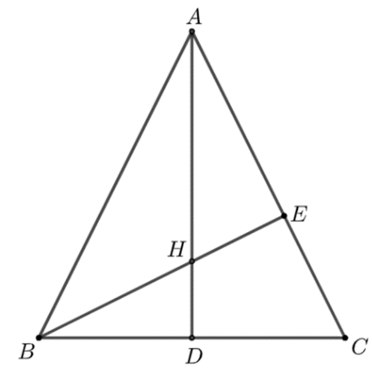
5p **3.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$.

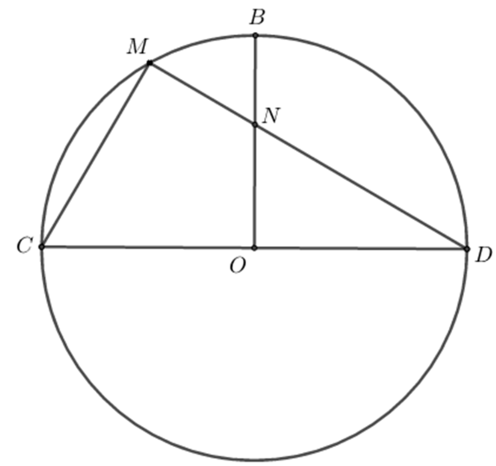
(2p) a) Arată că $f(0)+f(1)=0$.



(3p) b) Reprezentarea geometrică a graficului funcției f intersectează axele Ox și Oy ale sistemului de axe ortogonale xOy în punctele A, respectiv B. Determină distanța de la punctul $C\left(-\frac{1}{2},0\right)$ la dreapta AB.

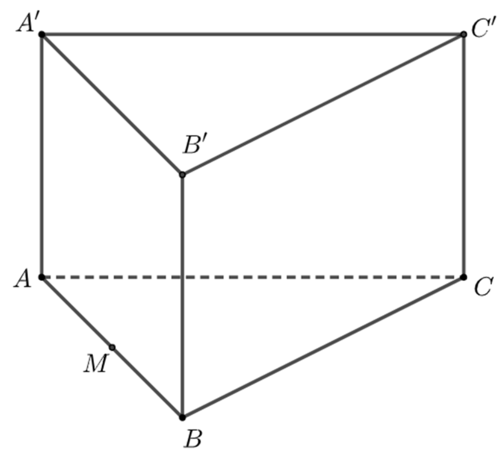
5p	**4.** În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Înălțimea din vârful A intersectează latura BC în punctul D și $AD = BC$. Înălțimea din vârful B intersectează latura AC în punctul E. Înălțimile AD și BE se intersectează în punctul H. **(2p) a)** Arată că unghiurile DAC și EBC au aceeași măsură. **(3p) b)** Demonstrează că $AH = 3 \cdot HD$.



5p	**5.** În figura alăturată este reprezentat cercul de centru O, în care CD este diametru. Punctul B aparține cercului astfel încât dreptele BO și CD sunt perpendiculare. Punctul M aparține arcului mic BC, dreptele DM și BO se intersectează în punctul N, $DN = 2 \cdot MN$ și $MN = 4\text{ cm}$. **(2p) a)** Arată că măsura unghiului CMD este egală cu $90°$.  **(3p) b)** Calculează aria triunghiului DON.

5p **6.** În figura alăturată este reprezentată prisma dreaptă $ABCA'B'C'$ cu baza triunghiul echilateral ABC, $AB = 12$ cm și $AA' = 3\sqrt{3}$ cm. Punctul M este mijlocul segmentului AB.

(2p) a) Arată că aria laterală a prismei $ABCA'B'C'$ este egală cu $108\sqrt{3}\,\text{cm}^2$.



(3p) b) Determină distanța de la punctul M la planul $(A'B'C)$.

EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a
Anul școlar 2023 - 2024
Matematică

Varianta 7

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**d)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $30-3=27$ de elevi ar trebui așezați câte doi în fiecare bancă	**1p**
	Cum 27 este număr impar, obținem că nu pot fi 30 de elevi	**1p**
	b) $a=2b+3$, unde a reprezintă numărul elevilor și b reprezintă numărul băncilor din laboratorul de fizică	**1p**
	$a=4(b-6)+1$	**1p**
	$b=13$	**1p**
2.	**a)** $x^2-3x+2=x^2-2x-x+2=$	**1p**
	$=x(x-2)-(x-2)=(x-2)(x-1)$, pentru orice număr real x	**1p**
	b) $E(x)=\left(\frac{1}{(x-1)(x-2)}+\frac{1}{x-1}\right)\cdot\left(x^2-4\right)=\frac{x-1}{(x-1)(x-2)}\cdot\left(x^2-4\right)=$	**1p**
	$=\frac{x-1}{(x-1)(x-2)}\cdot(x-2)(x+2)=x+2$, pentru orice număr real x, $x\neq 1$ și $x\neq 2$	**1p**
	$E(n)=\frac{5}{n+2}$ este număr natural, deci $n+2\in\{1,5\}$, de unde obținem $n=-1$ și $n=3$	**1p**

3.	**a)** $f(0)=-1$ $f(1)=1$, de unde obținem $f(0)+f(1)=0$	**1p** **1p**
	b) $A\left(\frac{1}{2},0\right)$ și $B(0,-1)$ Triunghiul AOB este dreptunghic în O, deci $AB=\frac{\sqrt{5}}{2}$ $CD\perp AB, D\in AB$ și, cum $AC=1$, obținem $CD=\frac{AC\cdot OB}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$	**1p** **1p** **1p**
4.	**a)** $\sphericalangle DAC+\sphericalangle ACB=90^{\circ}$ $\sphericalangle ACB+\sphericalangle EBC=90^{\circ}$, de unde rezultă $\sphericalangle DAC=\sphericalangle EBC$	**1p** **1p**
	b) Triunghiul ABC este isoscel și $AD\perp BC$, deci $BD=DC=\frac{BC}{2}=\frac{AD}{2}$ $\sphericalangle HBD=\sphericalangle DAC$, $\sphericalangle BDH=\sphericalangle ADC=90^{\circ}$, deci $\Delta BHD\sim\Delta ACD$, de unde obținem $\frac{HD}{DC}=\frac{BD}{AD}$ $\frac{HD}{\frac{AD}{2}}=\frac{\frac{AD}{2}}{AD}\Rightarrow HD=\frac{AD}{4}$, de unde obținem $AH=\frac{3\cdot AD}{4}$, deci $AH=3\cdot HD$	**1p** **1p** **1p**
5.	**a)** CD este diametru, deci $\overset{\frown}{CD}=180^{\circ}$ $\sphericalangle CMD=\frac{1}{2}\cdot\overset{\frown}{CD}=90^{\circ}$	**1p** **1p**
	b) $\cos(\sphericalangle NDO)=\frac{OD}{ND}$, $\cos(\sphericalangle MDC)=\frac{MD}{CD}$, deci $\frac{OD}{ND}=\frac{MD}{CD}$ $ND=8\text{ cm}$, $MD=12\text{ cm}$ $\Rightarrow$ $\frac{OD}{8}=\frac{12}{2\cdot OD}\Rightarrow OD=4\sqrt{3}\text{ cm}$ $ON=\sqrt{DN^2-OD^2}=4\text{ cm}$ și obținem $\mathcal{A}_{\Delta DON}=\frac{ON\cdot OD}{2}=8\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**1p** **1p** **1p**
6.	**a)** $\mathcal{A}_{ABB'A'}=AB\cdot AA'=36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ $\mathcal{A}_{laterală}=3\cdot\mathcal{A}_{ABB'A'}=3\cdot 36\sqrt{3}=108\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**1p** **1p**
	b) $A'C=B'C$, deci $CN\perp A'B'$, unde punctul N este mijlocul segmentului $A'B'$ și, cum $MN\perp A'B'$, $CN\cap MN=\{N\}$ și CN, $MN\subset(CMN)$, obținem $A'B'\perp(CMN)$ $MP\perp CN$, $P\in CN$; $A'B'\perp(CMN)$, $MP\subset(CMN)$, deci $A'B'\perp MP$; cum $A'B'\cap CN=\{N\}$, $A'B'$ și $CN\subset(A'B'C)$, obținem $MP\perp(A'B'C)$, deci $d(M,(A'B'C))=MP$ Triunghiul MNC este dreptunghic în M, $MN=3\sqrt{3}\text{ cm}$, $CM=6\sqrt{3}\text{ cm}$, deci $CN=3\sqrt{15}\text{ cm}$, de unde obținem $MP=\frac{6\sqrt{15}}{5}\text{cm}$	**1p** **1p** **1p**