Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătați că $5\cdot(0,7-0,2)+0,5=3$.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=6x-2$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=10$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{16-3x}=1$.

5p **4.** După o scumpire cu 60%, un obiect costă 320 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$, $B(3,2)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b, știind că punctul B este mijlocul segmentului AC.

5p **6.** Arătați că $5\cos 60^\circ-\sin 30^\circ+4(\sin 60^\circ)^2=5$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ și $A(x)=\begin{pmatrix}2&x\\-x&-2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $\det(A(5))=21$.

5p **b)** Arătați că $2A(-1)+A(5)=3A(1)$.

5p **c)** Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $\det\left(A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2\right)\geq 0$.

2. Se consideră polinomul $f=X^3+mX^2-X-m$, unde m este număr real.

5p **a)** Arătați că $f(1)=0$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Pentru $m=-3$, arătați că 3 este rădăcină a polinomului f.

5p **c)** Determinați numărul real m pentru care $(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)^2+x_1x_2x_3(x_1+x_2+x_3)=1$, unde x_1, x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x^2-1+\frac{4}{x}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\frac{4(x^3-1)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Arătați că $6\leq 2x^2+\frac{4}{x}\leq 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$.

2. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1+2\ln x$.

5p **a)** Arătați că $\int_1^3\left(f(x)-2\ln x\right)dx=2$.

5p **b)** Arătați că $\int_1^e\frac{f(x)-x+1}{x}dx=1$.

5p	**c)** Determinați numărul real a, știind că aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=3x\left(f(x)+1\right)$, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=3$ este egală cu $a+27\ln 3$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 9

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$5\cdot(0,7-0,2)+0,5=5\cdot 0,5+0,5=$	**2p**
	$=2,5+0,5=3$	**3p**
2.	$f(m)=6m-2$, pentru orice număr real m	**2p**
	$6m-2=10$, de unde obținem $m=2$	**3p**
3.	$16-3x=1$	**3p**
	$x=5$, care convine	**2p**
4.	$x+\frac{60}{100}\cdot x=320$, unde x este prețul obiectului înainte de scumpire	**3p**
	$x=200$ de lei	**2p**
5.	$a=3$	**2p**
	$2=\frac{0+b}{2}$, de unde obținem $b=4$	**3p**
6.	$\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\sin 30°=\frac{1}{2}$, $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p**
	$5\cos 60°-\sin 30°+4(\sin 60°)^2=5\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+4\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}+4\cdot\frac{3}{4}=5$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(5)=\begin{pmatrix}2&5\\-5&-2\end{pmatrix}\Rightarrow\det(A(5))=\begin{vmatrix}2&5\\-5&-2\end{vmatrix}=2\cdot(-2)-5\cdot(-5)=$	**3p**
	$=-4+25=21$	**2p**
b)	$A(-1)=\begin{pmatrix}2&-1\\1&-2\end{pmatrix}$, $2A(-1)+A(5)=\begin{pmatrix}6&3\\-3&-6\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=3\begin{pmatrix}2&1\\-1&-2\end{pmatrix}=3A(1)$	**2p**
c)	$A(-x)=\begin{pmatrix}2&-x\\x&-2\end{pmatrix}\Rightarrow A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2=\begin{pmatrix}4&-4x\\-4x&4\end{pmatrix}$, de unde obținem $\det\left(A(x)\cdot A(-x)-x^2I_2\right)=16\left(1-x^2\right)$, pentru orice număr real x	**3p**
	$16\left(1-x^2\right)\geq 0$, de unde obținem $x\in[-1,1]$	**2p**
2.a)	$f(1)=1^3+m\cdot 1^2-1-m=$	**3p**
	$=1+m-1-m=0$, pentru orice număr real m	**2p**
b)	$f=X^3-3X^2-X+3\Rightarrow f(3)=3^3-3\cdot 3^2-3+3=$	**3p**
	$=27-27-3+3=0$, deci 3 este rădăcină a polinomului f	**2p**

c)	$x_1+x_2+x_3=-m$, $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=-1$, $x_1x_2x_3=m$, pentru orice număr real m	**3p**
	$1-m^2=1$, de unde obținem $m=0$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=4x-\frac{4}{x^2}=$	**3p**
	$=\frac{4x^3-4}{x^2}=\frac{4\left(x^3-1\right)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$	**2p**
b)	$f(2)=9$, $f'(2)=7$	**2p**
	Ecuația tangentei este $y-f(2)=f'(2)(x-2)$, adică $y=7x-5$	**3p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$; pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},1\right]$, $f'(x)\le 0$, deci f este descrescătoare pe $\left[\frac{1}{4},1\right]$ și, pentru orice $x\in[1,4]$, $f'(x)\ge 0$, deci f este crescătoare pe $[1,4]$	**2p**
	Cum $f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{121}{8}$, $f(1)=5$, $f(4)=32$, obținem $f(1)\le f(x)\le f(4)$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$, deci $6\le 2x^2+\frac{4}{x}\le 33$, pentru orice $x\in\left[\frac{1}{4},4\right]$	**3p**
2.a)	$\int_1^3\left(f(x)-2\ln x\right)dx=\int_1^3(x-1)\,dx=\left.\frac{x^2}{2}\right\|_1^3-\left.x\right\|_1^3=$	**3p**
	$=4-2=2$	**2p**
b)	$\int_1^e\frac{f(x)-x+1}{x}dx=\int_1^e\frac{2\ln x}{x}dx=\int_1^e 2\ln x\cdot(\ln x)'\,dx=\left.\ln^2 x\right\|_1^e=$	**3p**
	$=\ln^2 e-\ln^2 1=1$	**2p**
c)	$g(x)=3x(x+2\ln x)$, $x\in(0,+\infty)$, deci $\mathcal{A}=\int_1^3\|g(x)\|dx=\left.x^3\right\|_1^3+\int_1^3\left(3x^2\right)'\cdot\ln x\,dx=$	**3p**
	$=26+\left.3x^2\ln x\right\|_1^3-\left.\frac{3x^2}{2}\right\|_1^3=14+27\ln 3$, deci $a+27\ln 3=14+27\ln 3$, de unde obținem $a=14$	**2p**