

Examenul de bacalaureat național 2019

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

5p	1. Arătați că $\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)-\sqrt{7}=7$.
5p	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x^2-6x+8$. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy .
5p	3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(x^2+9)=2$.
5p	4. După o ieftinire cu 40%, prețul unui obiect este 300 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
5p	5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,2)$, $B(-3,2)$ și $C(0,6)$. Determinați, în triunghiul ABC , lungimea medianei din vârful C .
5p	6. Arătați că $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $M(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
5p	a) Arătați că $\det A = 0$.
5p	b) Demonstrați că $M(a) \cdot M(b) = M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b .
5p	c) Determinați numărul real a pentru care $M(1) + M(2) + \dots + M(2019) = 2019M(a)$.
	2. Se consideră polinomul $f = mX^3 + 2X^2 - mX - 2$, unde m este număr real nenul.
5p	a) Arătați că $f(1) = 0$, pentru orice număr real nenul m .
5p	b) Pentru $m = 3$, determinați rădăcinile polinomului f .
5p	c) Determinați numărul real nenul m pentru care $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -4$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 5$.
5p	a) Arătați că $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$.
5p	b) Demonstrați că funcția f este convexă pe $[0, +\infty)$.
5p	c) Demonstrați că $f(x) \leq 7$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$.
	2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{3x^2 + 6x + 7}$.
5p	a) Arătați că $\int_0^1 f^2(x) dx = 11$.
5p	b) Calculați $\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx$.
5p	c) Demonstrați că, pentru orice $a \in (0, +\infty)$, suprafața plană delimitată de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuații $x = 0$ și $x = a$ are aria mai mare sau egală cu $a\sqrt{7}$.

Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 6

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\sqrt{7}(\sqrt{7}+1)-\sqrt{7}=\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=$ $=7+0=7$	2p 3p
2.	$f(0)=8$ Coordonatele punctului de intersecție cu axa Oy sunt $x=0$ și $y=8$	3p 2p
3.	$x^2+9=5^2 \Rightarrow x^2-16=0$ $x=-4$ sau $x=4$, care convin	2p 3p
4.	$x-\frac{40}{100}\cdot x=300$, unde x este prețul obiectului înainte de ieftinire $x=500$ de lei	3p 2p
5.	$M(0,2)$, unde punctul M este mijlocul laturii AB $CM=4$	2p 3p
6.	$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 6 & -10 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} = 6 \cdot (-5) - 3 \cdot (-10) =$ $= -30 + 30 = 0$	3p 2p
b)	$A \cdot A = A$ și $M(a) \cdot M(b) = (I_2 + aA)(I_2 + bA) = I_2 + aA + bA + abA \cdot A =$ $= I_2 + aA + bA + abA = I_2 + (a+b+ab)A = M(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b	2p 3p
c)	$(I_2 + A) + (I_2 + 2A) + \dots + (I_2 + 2019A) = 2019I_2 + (1+2+\dots+2019)A =$ $= 2019(I_2 + 1010A) = 2019M(1010)$, de unde obținem $a=1010$	3p 2p
2.a)	$f(1) = m \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - m \cdot 1 - 2 =$ $= m + 2 - m - 2 = 0$, pentru orice număr real nenul m	3p 2p
b)	$f = 3X^3 + 2X^2 - 3X - 2 \Rightarrow f = (X-1)(X+1)(3X+2)$ $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{2}{3}$, $x_3 = 1$	2p 3p
c)	$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -1$, $x_1x_2x_3 = \frac{2}{m}$ $\frac{x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3}{x_1x_2x_3} = -4 \Leftrightarrow \frac{-m}{2} = -4 \Leftrightarrow m = 8$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^2 - 3 =$ $= 3(x^2 - 1) = 3(x-1)(x+1), x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$f''(x) = 6x, x \in \mathbb{R}$ $f''(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$, deci funcția f este convexă pe $[0, +\infty)$	2p 3p
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, -1]$ și $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-1, 1] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[-1, 1]$ $f(x) \leq f(-1)$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$ și $f(-1) = 7$, deci $f(x) \leq 7$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$	2p 3p
2.a)	$\int_0^1 f^2(x) dx = \int_0^1 (3x^2 + 6x + 7) dx = \left(\frac{3x^3}{3} + \frac{6x^2}{2} + 7x \right) \Big _0^1 =$ $= 1 + 3 + 7 - 0 = 11$	3p 2p
b)	$\int_{-1}^1 \frac{x+1}{f(x)} dx = \int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt{3x^2 + 6x + 7}} dx = \frac{1}{3} \sqrt{3x^2 + 6x + 7} \Big _{-1}^1 =$ $= \frac{1}{3} (\sqrt{16} - \sqrt{4}) = \frac{2}{3}$	3p 2p
c)	$\sqrt{3x^2 + 6x + 7} \geq \sqrt{7}$, pentru orice $x \in [0, +\infty)$ $\mathcal{A} = \int_0^a f(x) dx = \int_0^a \sqrt{3x^2 + 6x + 7} dx \geq \int_0^a \sqrt{7} dx = a\sqrt{7}$, pentru orice $a \in (0, +\infty)$	2p 3p