Examenul de bacalaureat naţional 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că $\left(1-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}=1$.

5p **2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+4$ cu axa Oy.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{3x-1}=9$.

5p **4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie mai mic sau egal cu 3.

5p **5**. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(4,1)$ şi $C(4,4)$. Arătaţi că $AB=BC$.

5p **6.** Determinați aria triunghiului ABC dreptunghic în A știind că $AB=6$ și $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}$ şi $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $\det A=0$.

5p **b)** Arătaţi că $A\cdot A=5A$.

5p **c)** Determinaţi numerele reale x și y pentru care $A+\begin{pmatrix}x & y\\ y & -3\end{pmatrix}=I_2$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=x+y+xy$.

5p **a)** Arătaţi că $(-1)\circ 1=-1$.

5p **b)** Arătaţi că $x\circ y=(x+1)(y+1)-1$ pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $(x+1)\circ(x-3)=4$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$.

5p **a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 3} f(x)=2$.

5p **b)** Arătaţi că $f'(x)=-\frac{1}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$.

5p **c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=3$, situat pe graficul funcţiei f.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_{-1}^{1}(2x+1)\,dx=2$.

5p **b)** Determinaţi volumul corpului obţinut prin rotaţia în jurul axei Ox a graficului funcţiei $g:[0,1]\to\mathbb{R}$, $g(x)=f(x)-2x-1$.

5p **c)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este o funcţie crescătoare pe $\mathbb{R}$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c) – 2 iulie 2014
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 5

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$	**3p**
	$\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$	**2p**
2.	$f(0)=4$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=0$ și $y=4$	**2p**
3.	$3x-1=2$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Numerele naturale de o cifră mai mici sau egale cu 3 sunt $0, 1, 2$ și 3, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$	**2p**
5.	$AB=3$	**2p**
	$BC=3\Rightarrow AB=BC$	**3p**
6.	$AC=8$	**2p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{6\cdot 8}{2}=24$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1\cdot 4-2\cdot 2=0$	**3p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5 & 10\\ 10 & 20\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=5\cdot\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}=5A$	**2p**
c)	$A+\begin{pmatrix}x & y\\ y & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 4\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}x & y\\ y & -3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1+x & 2+y\\ 2+y & 1\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}1+x & 2+y\\ 2+y & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=0,\ y=-2$	**2p**
2.a)	$(-1)\circ 1=-1+1+(-1)\cdot 1=$	**3p**
	$=0-1=-1$	**2p**
b)	$x\circ y=x+xy+y+1-1=$	**2p**
	$=x(y+1)+(y+1)-1=(x+1)(y+1)-1$ pentru orice numere reale x și y	**3p**

c)	$(x+2)(x-2)-1=4 \Leftrightarrow x^2-9=0$	**3p**
	$x_1=-3$ şi $x_2=3$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 3} f(x)=\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-1}{x-2}=$	**2p**
	$=\frac{3-1}{3-2}=2$	**3p**
b)	$f'(x)=\frac{(x-1)'(x-2)-(x-1)(x-2)'}{(x-2)^2}=$	**2p**
	$=\frac{x-2-x+1}{(x-2)^2}=-\frac{1}{(x-2)^2}$, $x\in(2,+\infty)$	**3p**
c)	$y-f(3)=f'(3)(x-3)$	**2p**
	$f(3)=2$, $f'(3)=-1$, deci ecuaţia tangentei este $y=-x+5$	**3p**
2.a)	$\int\limits_{-1}^{1}(2x+1)dx=\left(x^2+x\right)\Big\vert_{-1}^{1}=$	**3p**
	$=2-0=2$	**2p**
b)	$V=\pi\int\limits_0^1 g^2(x)dx=\pi\int\limits_0^1 x^4dx=$	**2p**
	$=\pi\frac{x^5}{5}\Big\vert_0^1=\frac{\pi}{5}$	**3p**
c)	F este o primitivă a funcţiei $f \Rightarrow F'(x)=f(x)$	**2p**
	$F'(x)=(x+1)^2\geq 0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci funcţia F este crescătoare pe $\mathbb{R}$	**3p**