Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătați că $\left(1+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}=3$.
5p	**2.** Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-1$ cu axa Ox.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $3^{x+1}=3^2$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 8.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(3,1)$ și $C(3,3)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
5p	**6.** Determinați lungimea laturii AB a triunghiului ABC dreptunghic în A, știind că $BC=10$ și $m(\sphericalangle C)=30^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} a & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr întreg.
5p	**a)** Arătați că $\det B=-5$.
5p	**b)** Arătați că $\det A\neq 0$ pentru orice număr întreg a.
5p	**c)** Determinați numărul întreg a știind că inversa matricei A are toate elementele numere întregi.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy-5x-5y+30$.
5p	**a)** Arătați că $1*5=5$.
5p	**b)** Arătați că $x*y=(x-5)(y-5)+5$ pentru orice numere reale x și y.
5p	**c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuaţia $x*x=x$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=2x-1$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Calculaţi $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x^2}$.
5p	**c)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.
	2. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+\dfrac{1}{x}$.
5p	**a)** Arătați că $\int_1^e \dfrac{1}{x}dx=1$.
5p	**b)** Arătați că funcția $F:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $F(x)=x^2+\ln x+2$ este o primitivă a funcţiei f.
5p	**c)** Arătați că suprafaţa plană delimitată de graficul funcţiei f, axa Ox şi dreptele de ecuaţii $x=1$ şi $x=2$ are aria mai mică strict decât 4.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Barem de evaluare şi de notare

Varianta 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(1+\sqrt{2}\right)^2=3+2\sqrt{2}$	**3p**
	$3+2\sqrt{2}-2\sqrt{2}=3$	**2p**
2.	$f(x)=0\Rightarrow x-1=0$	**3p**
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x=1$ și $y=0$	**2p**
3.	$x+1=2$	**3p**
	$x=1$	**2p**
4.	Numerele naturale de o cifră, divizori ai lui 8, sunt 1, 2, 4 și 8, deci sunt 4 cazuri favorabile	**2p**
	Sunt 10 numere naturale de o cifră, deci sunt 10 cazuri posibile	**1p**
	$p=\dfrac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$	**2p**
5.	$AB=2$	**2p**
	$BC=2\Rightarrow AB=BC$, deci ΔABC este isoscel	**3p**
6.	$\sin 30^\circ=\dfrac{AB}{10}$	**2p**
	$AB=5$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det B=\begin{vmatrix}1 & 1\\ 8 & 3\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=3-8=-5$	**3p**
b)	$\det A=\begin{vmatrix}a & 1\\ 8 & 3\end{vmatrix}=3a-8$	**3p**
	$a\in\mathbb{Z}\Rightarrow 3a-8\neq 0$	**2p**
c)	$A^{-1}=\dfrac{1}{3a-8}\begin{pmatrix}3 & -1\\ -8 & a\end{pmatrix}$	**3p**
	$3a-8=-1\Rightarrow a=\dfrac{7}{3}$ nu este număr întreg	**1p**
	$3a-8=1\Rightarrow a=3$ pentru care inversa matricei A are toate elementele numere întregi	**1p**
2.a)	$1*5=1\cdot 5-5\cdot 1-5\cdot 5+30$	**3p**
	$=-25+30=5$	**2p**
b)	$x*y=xy-5x-5y+25+5=$	**2p**
	$=x(y-5)-5(y-5)+5=(x-5)(y-5)+5$ pentru orice numere reale x și y	**3p**
c)	$(x-5)^2+5=x\Leftrightarrow x^2-11x+30=0$	**3p**
	$x_1=5$ și $x_2=6$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\left(x^2-x\right)'=$	**2p**
	$=\left(x^2\right)'-x'=2x-1$, $x\in\mathbb{R}$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-x}{x^2}=$	**2p**
	$=1$	**3p**
c)	$y-f(1)=f'(1)(x-1)$	**2p**
	$f(1)=0$, $f'(1)=1$, deci ecuaţia tangentei este $y=x-1$	**3p**
2.a)	$\int_1^e \frac{1}{x}dx=\ln x\Big\vert_1^e=$	**3p**
	$=\ln e-\ln 1=1$	**2p**
b)	$F'(x)=\left(x^2+\ln x+2\right)'=2x+\frac{1}{x}=$	**3p**
	$=f(x)$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$, deci F este o primitivă a funcţiei f	**2p**
c)	$\mathcal{A}=\int_1^2\lvert f(x)\rvert dx=\int_1^2\left(2x+\frac{1}{x}\right)dx=\left(x^2+\ln x\right)\Big\vert_1^2=3+\ln 2$	**3p**
	$2<e\Rightarrow\ln 2<\ln e\Rightarrow 3+\ln 2<3+1\Rightarrow\mathcal{A}<4$	**2p**