

Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $3(2 - \sqrt{2}) + 3\sqrt{2} = 6$.
- 5p 2. Calculați $f(0) \cdot f(2)$ pentru funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{x-2} = 25$.
- 5p 4. Prețul unui obiect este 100 de lei. Determinați prețul obiectului după o scumpire cu 10%.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(1,3)$. Calculați distanța de la punctul A la punctul B .
- 5p 6. Calculați $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real a se consideră matricea $M(a) = \begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $M\left(\frac{1}{2}\right) + M\left(-\frac{1}{2}\right) = M(0)$.
- 5p b) Determinați numărul real a pentru care $\det(M(a)) = 0$.
- 5p c) Determinați matricea $M(-2) + M(-1) + M(0) + M(1) + M(2)$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - 2X^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $f(1) = 0$.
- 5p b) Determinați câtul și restul împărțirii polinomului f la polinomul $g = X^2 - 2X + 1$.
- 5p c) Calculați $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$, unde x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - 1$.
- 5p a) Arătați că $2\sqrt{x}f'(x) = 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Verificați dacă dreapta de ecuație $y = \frac{1}{4}x$ este tangentă la graficul funcției f în punctul de abscisă $x_0 = 4$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1 + \frac{1}{x}$.
- 5p a) Calculați $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx$.
- 5p b) Arătați că funcția $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 + x + \ln x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Calculați aria suprafeței delimitate de graficul funcției f , axa Ox și dreptele de ecuație $x = 1$ și $x = 2$.

Examenul de bacalaureat național 2013

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Barem de evaluare și de notare

Varianta 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

| | | |
|-----------|--|-------------------------------------|
| 1. | $3(2 - \sqrt{2}) = 6 - 3\sqrt{2}$ $6 - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6$ | 2p 3p |
| 2. | $f(0) = -1$ $f(2) = 1$ $f(0) \cdot f(2) = -1$ | 2p 2p 1p |
| 3. | $5^{x-2} = 5^2$ $x = 4$ | 2p 3p |
| 4. | $10\% \cdot 100 = 10$ Prețul după scumpire este 110 lei | 2p 3p |
| 5. | $AB = \sqrt{(1-1)^2 + (3-1)^2}$ $AB = 2$ | 3p 2p |
| 6. | $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ = 0$ | 2p 2p 1p |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

| | | |
|-------------|---|-------------------------------------|
| 1.a) | $M \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $M \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = M(0)$ | 2p 2p 1p |
| b) | $\det(M(a)) = \begin{vmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{vmatrix} = 4a^2$ $4a^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0$ | 3p 2p |
| c) | $M(-2) + M(-1) + M(0) + M(1) + M(2) = (M(-2) + M(2)) + (M(-1) + M(1)) + M(0) =$ $= 3M(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ | 2p 3p |
| 2.a) | $f(1) = 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 1 =$ $= 1 - 2 + 1 = 0$ | 3p 2p |

Probă scrisă la matematică *M_tehnologic*

Varianta 2

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

| | | |
|-----------|---|----------|
| b) | Câtul este X Restul este $-X + 1$ | 2p 3p |
| c) | $x_1 + x_2 + x_3 = 2$, $x_1x_2 + x_2x_3 + x_3x_1 = 0$ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4 - 2 \cdot 0 = 4$ | 2p 3p |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

| | | |
|-------------|---|----------|
| 1.a) | $f'(x) = (\sqrt{x})' - 1' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ | 3p |
| | $2\sqrt{x}f'(x) = 2\sqrt{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ | 2p |
| b) | $y - f(4) = f'(4)(x - 4)$ $f(4) = 1$, $f'(4) = \frac{1}{4} \Rightarrow$ ecuația tangentei este $y = \frac{1}{4}x$ | 2p 3p |
| c) | $f''(x) = -\frac{1}{4x\sqrt{x}}$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$ | 3p |
| | $f''(x) < 0$, pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow f$ este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$ | 2p |
| 2.a) | $\int_1^2 \left(f(x) - \frac{1}{x} \right) dx = \int_1^2 (2x + 1) dx =$ | 2p |
| | $= (x^2 + x) \Big _1^2 = (4 + 2) - (1 + 1) = 4$ | 3p |
| b) | $F'(x) = (x^2 + x + \ln x)' = 2x + 1 + \frac{1}{x}$ | 3p |
| | $F'(x) = f(x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty) \Rightarrow F$ este o primitivă a funcției f | 2p |
| c) | $\mathcal{A} = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \left(2x + 1 + \frac{1}{x} \right) dx =$ | 2p |
| | $= (x^2 + x + \ln x) \Big _1^2 = 4 + 2 + \ln 2 - 1 - 1 - \ln 1 = 4 + \ln 2$ | 3p |