

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Test 19

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \frac{14}{12} = \frac{1}{2}$ .
- 5p 2. Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(1, 0)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + ax + 1$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{3x-4} = \sqrt{x+20}$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea  $M = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$ , acesta să fie număr par.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(-2, 4)$ ,  $B(4, 4)$  și  $C(4, 8)$ . Determinați lungimea înălțimii din  $C$  a triunghiului  $ABC$ .
- 5p 6. Arătați că  $\sin x = \frac{12}{13}$ , știind că  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  și  $\cos x = \frac{5}{13}$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  și  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p a) Arătați că  $\det A = -2$ .
- 5p b) Determinați numărul real  $x$  pentru care  $x(A+B) = C$ .
- 5p c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$  pentru care  $A \cdot B - B \cdot A = 2X + C$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x \circ y = xy + 4x + 4y + 12$ .
- 5p a) Arătați că  $2020 \circ (-4) = -4$ .
- 5p b) Demonstrați că  $x \circ y = (x+4)(y+4) - 4$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $x \circ x = x$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 5$ .
- 5p a) Arătați că  $f'(x) = 12x(x+1)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x) - 4x^3}$ .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x^3 + 4x^2$ .
- 5p a) Arătați că  $\int_0^2 (f(x) - 4x^2) dx = 12$ .
- 5p b) Determinați primitiva  $F$  a funcției  $f$  pentru care  $F(0) = 2020$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $m$ ,  $m > 1$ , știind că  $\int_1^m \frac{f(x)}{x^2} dx = \frac{17}{2}$ .

**Examenul de bacalaureat național 2020**  
**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Test 19

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

(30 de puncte)

1.	$\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \frac{14}{12} = \frac{6-8+9}{12} : \frac{14}{12} =$ $= \frac{7}{12} \cdot \frac{12}{14} = \frac{1}{2}$	3p 2p
2.	$f(1) = 0 \Rightarrow 1 + a + 1 = 0$ $a = -2$	3p 2p
3.	$3x - 4 = x + 20 \Rightarrow 2x = 24$ $x = 12$ , care convine	3p 2p
4.	Mulțimea $M$ are 10 elemente, deci sunt 10 cazuri posibile În mulțimea $M$ sunt 5 numere pare, deci sunt 5 cazuri favorabile $p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$	2p 2p 1p
5.	Înălțimea din $C$ a triunghiului $ABC$ este distanța de la punctul $C$ la dreapta $AB$ $d(C, AB) = 4$	3p 2p
6.	$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2 = \frac{144}{169}$ Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , obținem $\sin x = \frac{12}{13}$	3p 2p

**SUBIECTUL al II-lea**

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \cdot 4 - 2 \cdot 3 =$ $= 4 - 6 = -2$	3p 2p
b)	$A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$ $x \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5x & 5x \\ 5x & 5x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ , de unde obținem $x = \frac{1}{5}$	3p 2p
c)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 20 & 13 \end{pmatrix}$ , $B \cdot A = \begin{pmatrix} 13 & 20 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ , deci $A \cdot B - B \cdot A - C = \begin{pmatrix} -6 & -16 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$ $2X = \begin{pmatrix} -6 & -16 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$ , deci $X = \begin{pmatrix} -3 & -8 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$	3p 2p
2.a)	$2020 \circ (-4) = 2020 \cdot (-4) + 4 \cdot 2020 + 4 \cdot (-4) + 12 =$ $= -16 + 12 = -4$	3p 2p

<b>b)</b>	$x \circ y = xy + 4x + 4y + 16 - 4 =$ $= x(y + 4) + 4(y + 4) - 4 = (x + 4)(y + 4) - 4$ , pentru orice numere reale $x$ și $y$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$x \circ x = (x + 4)^2 - 4$ , pentru orice număr real $x$ $(x + 4)^2 - 4 = x \Leftrightarrow (x + 4)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x = -4$ sau $x = -3$	<b>2p</b> <b>3p</b>

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

<b>1.a)</b>	$f'(x) = (4x^3)' + (6x^2)' + 5' =$ $= 12x^2 + 12x = 12x(x + 1)$ , $x \in \mathbb{R}$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>b)</b>	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{f(x) - 4x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 + 12x}{6x^2 + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{12x^2 \left(1 + \frac{1}{x}\right)}{x^2 \left(6 + \frac{5}{x^2}\right)} =$ $= \frac{12}{6} = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>c)</b>	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ sau $x = 0$ $x \in (-\infty, -1] \Rightarrow f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $(-\infty, -1]$ , $x \in [-1, 0] \Rightarrow f'(x) \leq 0$ , deci $f$ este descrescătoare pe $[-1, 0]$ , $x \in [0, +\infty) \Rightarrow f'(x) \geq 0$ , deci $f$ este crescătoare pe $[0, +\infty)$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>2.a)</b>	$\int_0^2 (f(x) - 4x^2) dx = \int_0^2 3x^3 dx = \frac{3x^4}{4} \Big _0^2 =$ $= \frac{3}{4} \cdot 2^4 = 12$	<b>3p</b> <b>2p</b>
<b>b)</b>	$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , $F(x) = \frac{3x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + c$ , unde $c \in \mathbb{R}$ $F(0) = 2020 \Rightarrow c = 2020$ , deci $F(x) = \frac{3x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + 2020$	<b>2p</b> <b>3p</b>
<b>c)</b>	$\int_1^m \frac{f(x)}{x^2} dx = \int_1^m (3x + 4) dx = \left( \frac{3x^2}{2} + 4x \right) \Big _1^m = \frac{3m^2}{2} + 4m - \frac{11}{2}$ $\frac{3m^2}{2} + 4m - \frac{11}{2} = \frac{17}{2} \Rightarrow 3m^2 + 8m - 28 = 0$ și, cum $m > 1$ , obținem $m = 2$	<b>3p</b> <b>2p</b>