

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică M_tehnologic

Test 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(5 + \frac{1}{2}\right)\left(5 - \frac{1}{2}\right) = \frac{99}{4}$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x + 4$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 8 - x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(2x + 1) = 2$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 10%, prețul unei tablete este 630 de lei. Determinați prețul tabletei înainte de ieftinire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,1)$ și $B(3,5)$. Calculați lungimea segmentului AM , unde M este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\cos^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $M = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 2+a & 2 \\ 2 & 1+a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det M = 4$.
- 5p b) Arătați că $A(a) \cdot A(-a) + a^2 \cdot I_2 = M$, pentru orice număr real a , unde $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, știind că $M \cdot X = A(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = x + y - 10$.
- 5p a) Arătați că $5 * 5 = 0$.
- 5p b) Determinați numerele naturale n pentru care $n^2 * n < -4$.
- 5p c) Determinați numerele reale x pentru care $x * x * x = x^2 - 18$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 6x(x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^3 + 2x^2 + x - 2}{x - 1} = 2$.
- 5p c) Determinați abscisele punctelor situate pe graficul funcției f în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 12x + 2020$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 + 1) - 2$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) - x + 2) dx = 0$.
- 5p b) Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 2) e^x dx$.
- 5p c) Determinați numărul real pozitiv m , știind că $\int_1^2 f(x) dx = m^2 + 1$.

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Test 3

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$5 + \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$	2p
	$5 - \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \left(5 + \frac{1}{2}\right)\left(5 - \frac{1}{2}\right) = \frac{11}{2} \cdot \frac{9}{2} = \frac{99}{4}$	3p
2.	$3x + 4 = 8 - x \Leftrightarrow x = 1$ $y = 7$	3p 2p
3.	$2x + 1 = 5^2$ $x = 12$, care convine	3p 2p
4.	$p - 10\% \cdot p = 630$, unde p este prețul tabletei înainte de ieftinire $p = 700$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 4$ $AM = \frac{AB}{2} = 2$	2p 3p
6.	$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$	2p
	$\cos^2 45^\circ - \sin^2 30^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$	3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det M = \begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} = 8 \cdot 5 - 6 \cdot 6 =$ $= 40 - 36 = 4$	3p 2p
b)	$A(a) \cdot A(-a) = \begin{pmatrix} 2+a & 2 \\ 2 & 1+a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2-a & 2 \\ 2 & 1-a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-a^2 & 6 \\ 6 & 5-a^2 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real a	3p
	$\begin{pmatrix} 8-a^2 & 6 \\ 6 & 5-a^2 \end{pmatrix} + a^2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8-a^2+a^2 & 6 \\ 6 & 5-a^2+a^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} = M$, pentru orice număr real a	2p
c)	$\det M \neq 0$, deci există $M^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} & 2 \end{pmatrix}$	3p
	$X = M^{-1} \cdot A(0)$ și, cum $A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, obținem $X = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	2p

2.a)	$5 * 5 = 5 + 5 - 10 =$ $= 10 - 10 = 0$	3p 2p
b)	$n^2 + n - 10 < -4 \Leftrightarrow n^2 + n - 6 < 0 \Leftrightarrow n \in (-3, 2)$ Cum n este număr natural, obținem $n = 0$ sau $n = 1$	2p 3p
c)	$x * x = 2x - 10$, $x * x * x = 3x - 20$, deci $3x - 20 = x^2 - 18 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = 1$ sau $x = 2$	3p 2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2(x^3)' - 3(x^2)' + (1)' =$ $= 6x^2 - 6x = 6x(x - 1)$, $x \in \mathbb{R}$	2p 3p
b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - x^3 + 2x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x - 1} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 1) = 2$	2p 3p
c)	Tangenta la graficul funcției f în punctul $(a, f(a))$ este paralelă cu dreapta de ecuație $y = 12x + 2020 \Leftrightarrow f'(a) = 12$ $6a(a - 1) = 12 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = -1$ sau $a = 2$	2p 3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) - x + 2) dx = \int_{-1}^1 (x^3 + x - 2 - x + 2) dx = \int_{-1}^1 x^3 dx =$ $= \frac{x^4}{4} \Big _{-1}^1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	2p 3p
b)	$\int_0^1 (f(x) - x^3 + 2) e^x dx = \int_0^1 x e^x dx =$ $= (x - 1) e^x \Big _0^1 = 0 - (-1) \cdot e^0 = 1$	2p 3p
c)	$\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (x^3 + x - 2) dx = \frac{x^4}{4} \Big _1^2 + \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2x \Big _1^2 = \frac{13}{4}$ $m^2 + 1 = \frac{13}{4} \Rightarrow m^2 = \frac{9}{4}$ și, cum m este număr real pozitiv, obținem $m = \frac{3}{2}$	3p 2p