

Examenul național de bacalaureat 2021

**Proba E. c)
Matematică**

Testul 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\left(7 - 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{6}{41} = 1$.
- 5p 2. Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 6$ cu graficul funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 6 - x$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(3x - 2) = 1$.
- 5p 4. După o ieftinire cu 12%, o tabletă grafică costă 264 de lei. Determinați prețul inițial al tabletei.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $T(6,5)$. Determinați coordonatele punctului A , știind că A este mijlocul segmentului MT .
- 5p 6. Arătați că $\cos 60^\circ \cdot \sin 60^\circ + \sin 90^\circ - \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A(a) = \begin{pmatrix} a+2 & 3a+2 \\ a & 3a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(1)) = 4$.
- 5p b) Demonstrați că $A(4) = B \cdot B + 2 \cdot C$.
- 5p c) Determinați numărul natural n pentru care $\det(A(n) + B) = 4$.
2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție asociativă $x * y = \frac{3xy + 1}{x + y}$.
- 5p a) Arătați că $1 * 1 = 2$.
- 5p b) Calculați $((1 * 2) * 3) - (1 * (2 * 3))$.
- 5p c) Determinați numerele reale $x \in M$ pentru care $x * x = 2$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{5}x^5 + \frac{3}{4}x^4 - 2x^3 - 1$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = 3x^2(x-1)(x+2)$, pentru orice număr real x .
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Arătați că funcția f este descrescătoare pe intervalul $[-2, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x(x^2 - 1) + 3$.
- 5p a) Arătați că $\int_{-1}^1 (f(x) + x - 3) dx = 0$.

5p b) Calculați $\int_0^1 (f(x) - x^3 - 3)e^x dx$.

5p c) Determinați numărul real a , $a > 0$, știind că $\int_0^1 f(x) dx = -a^2 + 5$.

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(7 - 7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{6}{41} = \left(7 - \frac{1}{6}\right) \cdot \frac{6}{41} =$	3p
	$= \frac{41}{6} \cdot \frac{6}{41} = 1$	2p
2.	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x - 6 = 6 - x$	3p
	Coordonatele punctului de intersecție sunt $x = 4, y = 2$	2p
3.	$3x - 2 = 7$	3p
	$x = 3$, care convine	2p
4.	$p - \frac{12}{100} \cdot p = 264$, unde p este prețul inițial al tabletei	3p
	$p = 300$ de lei	2p
5.	$x_A = \frac{x_M + x_T}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4$	3p
	$y_A = \frac{y_M + y_T}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4$	2p
6.	$\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 90^\circ = 1$	3p
	$\cos 60^\circ \sin 60^\circ + \sin 90^\circ - \sin 30^\circ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} + 1 - \frac{\sqrt{3}}{4} = 1$	2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} =$	2p
	$= 3 \cdot 3 - 1 \cdot 5 = 9 - 5 = 4$	3p
b)	$B \cdot B + 2C = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 4 & 12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 14 \\ 4 & 12 \end{pmatrix} =$	3p
	$= \begin{pmatrix} 4 + 2 & 3 \cdot 4 + 2 \\ 4 & 3 \cdot 4 \end{pmatrix} = A(4)$	2p
c)	$A(n) + B = \begin{pmatrix} n + 3 & 3n + 5 \\ n + 1 & 3n + 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(n) + B) = 4n + 4$, unde n este număr natural	3p
	$4n + 4 = 4 \Leftrightarrow n = 0$, care convine	2p
2.a)	$1 * 1 = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1 + 1}{1 + 1} =$	3p
	$= \frac{4}{2} = 2$	2p

b)	$1 * 2 = \frac{7}{3} \Rightarrow (1 * 2) * 3 = \frac{7}{3} * 3 = \frac{33}{8}$	2p
	$2 * 3 = \frac{19}{5} \Rightarrow 1 * (2 * 3) = 1 * \frac{19}{5} = \frac{31}{12}$, de unde obținem $((1 * 2) * 3) - (1 * (2 * 3)) = \frac{33}{8} - \frac{31}{12} = \frac{37}{24}$	3p
c)	$\frac{3x^2 + 1}{2x} = 2 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x + 1 = 0$	3p
	$x = 1$ sau $x = \frac{1}{3}$, care convin	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 3x^4 + 3x^3 - 6x^2 =$	3p
	$= 3x^2(x^2 + x - 2) = 3x^2(x-1)(x+2)$, $x \in \mathbb{R}$	2p
b)	$f(0) = -1$, $f'(0) = 0$	2p
	Ecuția tangentei este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, adică $y = -1$	3p
c)	$x \in [-2, 1] \Rightarrow x - 1 \leq 0$ și $x + 2 \geq 0$	2p
	Cum $x^2 \geq 0$, pentru orice număr real $x \Rightarrow f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in [-2, 1]$, deci f este descrescătoare pe $[-2, 1]$	3p
2.a)	$\int_{-1}^1 (f(x) + x - 3) dx = \int_{-1}^1 (x^3 - x + 3 + x - 3) dx = \int_{-1}^1 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big _{-1}^1 =$	3p
	$= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$	2p
b)	$\int_0^1 (f(x) - x^3 - 3) e^x dx = - \int_0^1 x e^x dx = -(x-1)e^x \Big _0^1 =$	3p
	$= (-1) \cdot e^0 = -1$	2p
c)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^3 - x + 3) dx = \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + 3x \right) \Big _0^1 = \frac{11}{4}$	3p
	$-a^2 + 5 = \frac{11}{4} \Leftrightarrow a^2 = \frac{9}{4}$ și, cum $a > 0$, obținem $a = \frac{3}{2}$	2p