

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați rația progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 3$ și $b_4 = 24$.
- 5p 2. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(a, 2)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(x+1) + \log_3(x-1) = \log_3 8$.
- 5p 4. Determinați numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 7.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1, 2)$, $B(5, 5)$ și $C(7, 10)$. Arătați că $AC = 2AB$.
- 5p 6. Calculați aria triunghiului MNP , știind că $MN = 4$ și $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle P) = 75^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $5A - 3B = 8 \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
- 5p b) Demonstrați că matricea B este inversa matricei A .
- 5p c) Determinați numerele reale x și y , știind că $xA \cdot A - 8A = yI_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 2(x + y) + 6$.
- 5p a) Demonstrați că $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numărul real x , pentru care $x * 3 = 2018$.
- 5p c) Calculați $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \dots * \log_2 2018$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^6 - 6x + 10$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 0$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $f(0, 9) + f(1, 1) \geq 10$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x$.
- 5p a) Arătați că $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = e(e - 1)$.
- 5p b) Determinați primitiva $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a funcției f pentru care $F(1) = 0$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2} e^a$.

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$b_1 q^3 = 24 \Rightarrow q^3 = 8$ $q = 2$	3p 2p
2.	$f(a) = 2 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 = 0$ $a = 1$	3p 2p
3.	$\log_3((x+1)(x-1)) = \log_3 8 \Rightarrow x^2 - 1 = 8$ $x = -3$, care nu verifică ecuația și $x = 3$, care verifică ecuația	3p 2p
4.	Cifrele pot fi 1 sau 7 Numerele sunt 117, 171 și 711	2p 3p
5.	$AB = 5$ $AC = 10 \Rightarrow AC = 2AB$	2p 3p
6.	$MP = 4$ $\mathcal{A}_{\Delta MNP} = \frac{4 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2}}{2} = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$5A - 3B = 5 \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 35 \\ 10 & 25 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & -21 \\ -6 & 9 \end{pmatrix} =$ $= \begin{pmatrix} 0 & 56 \\ 16 & 16 \end{pmatrix} = 8 \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	3p 2p
b)	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 \cdot 5 + 7 \cdot (-2) & 3 \cdot (-7) + 7 \cdot 3 \\ 2 \cdot 5 + 5 \cdot (-2) & 2 \cdot (-7) + 5 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$ $B \cdot A = \begin{pmatrix} 5 \cdot 3 + (-7) \cdot 2 & 5 \cdot 7 + (-7) \cdot 5 \\ (-2) \cdot 3 + 3 \cdot 2 & (-2) \cdot 7 + 3 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I_2$, deci matricea B este inversa matricei A	2p 3p
c)	$x A \cdot A \cdot B - 8 A \cdot B = y I_2 \cdot B \Leftrightarrow x A - 8 I_2 = y B \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 3x & 7x \\ 2x & 5x \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5y & -7y \\ -2y & 3y \end{pmatrix}$ $x = 1, y = -1$	3p 2p
2.a)	$x * y = xy - 2x - 2y + 4 + 2 =$ $= x(y - 2) - 2(y - 2) + 2 = (x - 2)(y - 2) + 2$, pentru orice numere reale x și y	2p 3p
b)	$(x - 2)(3 - 2) + 2 = 2018$ $x = 2018$	2p 3p

c)	$x * 2 = 2$ și $2 * y = 2$, pentru x și y numere reale	2p
	$\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \dots * \log_2 2018 = ((\log_2 2 * \log_2 3) * 2) * (\log_2 5 * \dots * \log_2 2018) =$ $= 2 * (\log_2 5 * \dots * \log_2 2018) = 2$	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 6x^5 - 6, x \in \mathbb{R}$	2p
	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 0$	3p
b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$	2p
	$f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (-\infty, 1]$, deci f este descrescătoare pe $(-\infty, 1]$ și $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci f este crescătoare pe $[1, +\infty)$	3p
c)	$f(x) \geq f(1)$, deci $f(x) \geq 5$, pentru orice număr real x	2p
	$f(0,9) \geq 5$ și $f(1,1) \geq 5$, deci $f(0,9) + f(1,1) \geq 10$	3p
2.a)	$\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = \int_1^2 e^x dx = e^x \Big _1^2 =$	3p
	$= e^2 - e = e(e - 1)$	2p
b)	$F(x) = \int x e^x dx = (x - 1)e^x + c$, unde $c \in \mathbb{R}$	3p
	$(1 - 1)e + c = 0 \Rightarrow c = 0$, deci $F(x) = (x - 1)e^x$	2p
c)	$\int_0^1 f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2} f^2(x) \Big _0^1 = \frac{1}{2} e^2$	3p
	$\frac{1}{2} e^2 = \frac{1}{2} e^a \Rightarrow a = 2$	2p