Examenul de bacalaureat național 2019
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
Clasa a XI-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I – Scrieți, pe foaia de examen, litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}-\left(\sqrt{3}-2\right)$ este:

A. $\sqrt{2}-1$ **B.** 1 **C.** $1+\sqrt{3}$ **D.** 3

5p **2.** Punctul de intersecție a graficelor funcțiilor $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=-3x+9$ este:

A. $P(1,1)$ **B.** $P(2,1)$ **C.** $P(2,3)$ **D.** $P(3,2)$

5p **3.** Mulțimea soluțiilor ecuației $3\cdot 2^{x}+2^{x+3}=44$ este:

A. $\{0\}$ **B.** $\{1\}$ **C.** $\{2\}$ **D.** $\{4\}$

5p **4.** Probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 0 este egală cu:

A. $\frac{9}{10}$ **B.** $\frac{8}{9}$ **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{1}{10}$

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,a)$, $B(3,4)$ și $C(6,0)$, unde a este număr real. Dacă $OB \parallel AC$, atunci numărul real a este egal cu:

A. -8 **B.** $-\frac{9}{2}$ **C.** $\frac{9}{2}$ **D.** 8

5p **6.** Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A cu $AB=5$ și $BC=13$. Tangenta unghiului B este egală cu:

A. $\frac{5}{13}$ **B.** $\frac{5}{12}$ **C.** $\frac{13}{12}$ **D.** $\frac{12}{5}$

SUBIECTUL al II-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a)=\begin{vmatrix} a+1 & 2a+2 & a^2-1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix}$, unde a este număr real.

5p **a)** Arătați că $D(0)=-5$.

5p **b)** Demonstrați că $D(a)=(a-5)(a+1)$, pentru orice număr real a.

5p **c)** Determinați numerele întregi a pentru care $D(a)<-3a-3$.

2. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix} 1-x & x \\ -x & 1+x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Arătați că $M(-1)+M(1)=2M(0)$.

5p **b)** Demonstrați că $M(x)\cdot M(y)=M(x+y)$, pentru orice numere reale x și y.

5p **c)** Demonstrați că pentru orice număr real a, există un număr real x astfel încât $M(x)\cdot M(x)=M(a)$.

SUBIECTUL al III-lea – Scrieți, pe foaia de examen, rezolvările complete. (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-5x+4$.

5p **a)** Arătați că $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=-3$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{f(x)}{f(x+1)}$.

5p **c)** Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției $g:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=\frac{f(x)}{x}$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}\sqrt{1-x}, & x\in(-\infty,1)\\ \frac{2-x-x^2}{x}, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este continuă în $x=1$.

5p **b)** Calculați $\lim\limits_{x\to -3}\frac{f(x)-2}{x+3}$.

5p **c)** Demonstrați că, pentru orice număr real a, ecuația $f(x)=a$ are cel puțin o soluție.

Examenul de bacalaureat naţional 2019
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XI-a

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I

- **Pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**B**	**5p**
2.	**C**	**5p**
3.	**C**	**5p**
4.	**D**	**5p**
5.	**A**	**5p**
6.	**D**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$D(0)=\begin{vmatrix}1 & 2 & -1\\ 2 & 3 & 5\\ 1 & 2 & 4\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=12+(-4)+10-(-3)-10-16=-5$	**3p**
b)	$D(a)=12(a+1)+4\left(a^2-1\right)+5(2a+2)-3\left(a^2-1\right)-10(a+1)-8(2a+2)=$	**3p**
	$=a^2-4a-5=(a-5)(a+1)$, pentru orice număr real a	**2p**
c)	$(a-5)(a+1)<-3(a+1)\Leftrightarrow(a+1)(a-2)<0$	**2p**
	Cum a este număr întreg, obținem $a=0$ sau $a=1$	**3p**
2.a)	$M(-1)+M(1)=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 2\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=2\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}=2M(0)$	**2p**
b)	$M(x)\cdot M(y)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ -x & 1+x\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1-y & y\\ -y & 1+y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1-x-y & y+x\\ -x-y & 1+x+y\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1-(x+y) & x+y\\ -(x+y) & 1+(x+y)\end{pmatrix}=M(x+y)$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
c)	$M(2x)=M(a)\Leftrightarrow 2x=a$, unde x şi a sunt numere reale	**3p**
	Pentru orice număr real a, există un număr real $x=\dfrac{a}{2}$, astfel încât $M(x)\cdot M(x)=M(a)$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-5x+4}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{(x-4)(x-1)}{x-1}=$ $=\lim\limits_{x\to 1}(x-4)=-3$	**3p** **2p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{f(x+1)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-5x+4}{(x+1)^2-5(x+1)+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(1-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\frac{3}{x}\right)}=$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1-\frac{5}{x}+\frac{4}{x^2}}{1-\frac{3}{x}}=1$	**3p** **2p**
c)	$g(x)=\frac{x^2-5x+4}{x}\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2-5x+4}{x^2}=1$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(g(x)-x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{-5x+4}{x}=-5$, deci dreapta de ecuație $y=x-5$ este asimptota oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f	**2p** **3p**
2.a)	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\sqrt{1-x}=0$, $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\frac{2-x-x^2}{x}=0$ Cum $f(1)=0$, obținem $\lim\limits_{x\to 1}f(x)=f(1)$, deci funcția f este continuă în $x=1$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to-3}\frac{f(x)-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to-3}\frac{\sqrt{1-x}-2}{x+3}=\lim\limits_{x\to-3}\frac{-x-3}{(x+3)\left(\sqrt{1-x}+2\right)}=$ $=\lim\limits_{x\to-3}\frac{-1}{\sqrt{1-x}+2}=-\frac{1}{4}$	**3p** **2p**
c)	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2-x-x^2}{x}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-x}=+\infty$ f continuă pe $(-\infty,1)$, f continuă în $x=1$ și f continuă pe $(1,+\infty)$, deci f este continuă pe $\mathbb{R}$, deci mulțimea valorilor funcției f este $\mathbb{R}$, de unde obținem că, pentru orice număr real a, ecuația $f(x)=a$ are cel puțin o soluție	**2p** **3p**