

**Examenul de bacalaureat național 2018**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XI-a**

**Simulare**

**Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale**

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p 1. Arătați că numărul  $n = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$  este natural.
- 5p 2. Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(1,2)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + 3m$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 x + \log_x 2 = 2$ .
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, 4\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $\frac{(n+2)!}{n!} \leq 20$ .
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,a)$ ,  $B(b,7)$  și  $C(2,5)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale. Știind că punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $AB$ , determinați numerele reale  $a$  și  $b$ .
- 5p 6. Calculați lungimea laturii  $AC$  a  $\triangle ABC$ , știind că  $AB = 6$ ,  $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$  și  $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul  $D(x) = \begin{vmatrix} x & x & x \\ 3 & -1 & x \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $D(-2) = 16$ .
- 5p b) Demonstrați că  $D(x) = x(x+1)(6-x)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați numerele naturale  $a$  pentru care  $D(\sqrt{a}) = 0$ .
2. Se consideră matricea  $M(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $M(1) + M(3) = 2M(2)$ .
- 5p b) Demonstrați că  $M(m) \cdot M(n) = M(m+n-2)$ , pentru orice numere reale  $m$  și  $n$ .
- 5p c) Determinați numărul real  $x$ , știind că  $M(x) \cdot M(x) = M(x^2 - 1)$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$ .
- 5p a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3} = 2$ .
- 5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)}$ .
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4, & x \in (-\infty, 1) \\ 3x, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ .
- 5p a) Demonstrați că funcția  $f$  este continuă în punctul  $x = 1$ .

5p b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 3}{x - 3}$ .

5p c) Se consideră funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 1 + x^3 - x^4$ . Demonstrați că ecuația  $(f + g)(x) = 0$  are cel puțin o soluție în intervalul  $(0, 2)$ .

**Examenul de bacalaureat național 2018**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**Clasa a XI-a**  
**BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE**

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut pentru lucrare.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

|           |                                                                                                                                                                                                                                                 |                                     |
|-----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| <b>1.</b> | $n = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{\sqrt{3}-1}{2} =$ $= \frac{2}{2} = 1 \in \mathbb{N}$                                                                                                                                                          | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>2.</b> | $f(1) = 2 \Leftrightarrow -1 + 3m = 2$ $m = 1$                                                                                                                                                                                                  | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>3.</b> | $\log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = 2 \Rightarrow (\log_2 x - 1)^2 = 0$ $\log_2 x = 1 \Rightarrow x = 2, \text{ care verifică ecuația}$                                                                                                            | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>4.</b> | Mulțimea $M$ are 4 elemente, deci sunt 4 cazuri posibile<br>În mulțimea $M$ sunt 3 numere care verifică inegalitatea dată, deci sunt 3 cazuri favorabile<br>$p = \frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}} = \frac{3}{4}$ | <b>1p</b><br><b>2p</b><br><b>2p</b> |
| <b>5.</b> | Mijlocul segmentului $AB$ este punctul $C(2,5)$ , deci $\frac{1+b}{2} = 2$ și $\frac{a+7}{2} = 5$<br>$a = 3$ și $b = 3$                                                                                                                         | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |
| <b>6.</b> | $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow AC = \frac{6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2}} =$ $= 6\sqrt{2}$                                                                                                                         | <b>3p</b><br><b>2p</b>              |

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                            |                        |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|
| <b>1.a)</b> | $D(-2) = \begin{vmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 \end{vmatrix} =$ $= -2 + 12 + 8 - 4 + 8 - 6 = 16$                                                                                      | <b>2p</b><br><b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $D(x) = \begin{vmatrix} x & x & x \\ 3 & -1 & x \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix} = x + 3x^2 + 2x^2 + 2x - x^3 + 3x = -x^3 + 5x^2 + 6x =$ $= x(-x^2 + 5x + 6) = x(x+1)(6-x), \text{ pentru orice număr real } x$ | <b>3p</b><br><b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)(6-\sqrt{a}) = 0$ $a = 0 \text{ sau } a = 36$                                                                                                                                         | <b>2p</b><br><b>3p</b> |

|             |                                                                                                                                                                          |           |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>2.a)</b> | $M(1) + M(3) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} =$            | <b>3p</b> |
|             | $= 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2M(2)$                                                                                                               | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $M(m) \cdot M(n) = \begin{pmatrix} 1 & 2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2-n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2-n+2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix} =$ | <b>3p</b> |
|             | $= \begin{pmatrix} 1 & 2-(m+n-2) \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = M(m+n-2)$ , pentru orice numere reale $m$ și $n$                                                               | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $M(2x-2) = M(x^2-1)$                                                                                                                                                     | <b>3p</b> |
|             | $2x-2 = x^2-1$ , de unde obținem $x=1$                                                                                                                                   | <b>2p</b> |

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |           |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1.a)</b> | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)(x-3)} =$                                                                                                                                                                                                        | <b>3p</b> |
|             | $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{x-2} = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>2p</b> |
| <b>b)</b>   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{4x^2-8x+3}{2x-2} \cdot \frac{x-2}{x^2-4x+3} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 \left( 4 - \frac{8}{x} + \frac{3}{x^2} \right) \left( 1 - \frac{2}{x} \right)}{x^3 \left( 2 - \frac{2}{x} \right) \left( 1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} \right)} =$ | <b>3p</b> |
|             | $= \frac{4}{2} = 2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2-4x+3}{x(x-2)} = 1$                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>2p</b> |
|             | $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+3}{x-2} = -2$ , deci dreapta de ecuație $y = x-2$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției $f$                                                                                                                                                              | <b>3p</b> |
| <b>2.a)</b> | $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} (2x^2-3x+4) = 3, \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} f(x) = \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x > 1}} (3x) = 3$                                                                                                                                          | <b>2p</b> |
|             | Cum $f(1) = 3$ , obținem $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$ , deci funcția $f$ este continuă în punctul $x=1$                                                                                                                                                                                                                                                | <b>3p</b> |
| <b>b)</b>   | $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)}-3}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x}-3}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x-9}{(x-3)(\sqrt{3x}+3)} =$                                                                                                                                                                                                 | <b>3p</b> |
|             | $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{\sqrt{3x}+3} = \frac{1}{2}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>2p</b> |
| <b>c)</b>   | $f+g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (f+g)(x) = \begin{cases} -x^4+x^3+2x^2-3x+5, & x \in (-\infty, 1) \\ -x^4+x^3+3x+1, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ este funcție continuă                                                                                                                                                                           | <b>2p</b> |
|             | $(f+g)(0) = 5 > 0$ și $(f+g)(2) = -1 < 0$ , deci ecuația $(f+g)(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(0, 2)$                                                                                                                                                                                                                                         | <b>3p</b> |