

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Simulare 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați suma primilor 5 termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_2 = 4$ și $a_4 = 10$.
- 5p 2. Determinați numărul natural n , știind că punctul $M(n, 13)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 4$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5(3x + 1) = 2$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând o cifră nenulă, aceasta să verifice inegalitatea $x^2 - 3x \leq 0$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-2, 2)$ și $B(1, -1)$. Determinați numărul real a , știind că punctele A, B și $C(a, 4)$ sunt coliniare.
- 5p 6. Pentru $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{12}{13}$ arătați că $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$.

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det(A) = -6$.
- 5p b) Arătați că $A^2 - 4A = 6I_2$.
- 5p c) Determinați numerele reale x știind că $\det(A - xI_2) = -1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea de compoziție $x \circ y = xy - (x + y) + 2$.
- 5p a) Arătați că $2026 \circ 1 = 1$.
- 5p b) Arătați că $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p c) Determinați simetricul lui 4 în raport cu legea de compoziție „ \circ ”.

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{e^x}{1+x}$.
- 5p a) Demonstrați că $f'(x) = \frac{x \cdot e^x}{(x+1)^2}$, oricare ar fi $x \in [0, 1]$.
- 5p b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că $1 \leq f(x) \leq \frac{e}{2}$, oricare ar fi $x \in [0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + 3$
- 5p a) Arătați că $\int_0^3 (f(x) - 3) dx = 9$.
- 5p b) Definin funcția $g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = (f(x))^2$. Calculați $\int_1^2 g(x) dx$.
- 5p c) Calculați $\int_1^{\sqrt{6}} x \cdot \sqrt{f(x)} dx$.

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE SI DE NOTARE

Simulare 2

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale □ □

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	Din $a_1 + r = 4$, $a_1 + 3r = 10$ se obține $r = 3$, $a_1 = 1$ $S_5 = \frac{(2a_1 + 4r) \cdot 5}{2}$. Se obține $S_5 = 35$	3p 2p
2.	$M(n, 13) \in G_f \Rightarrow f(n) = 13 \Rightarrow n^2 + 4 = 13$ $n^2 = 9 \Rightarrow n = \pm 3$. Cum $n \in \mathbb{N}$, convine $n = 3$	3p 2p
3.	$3x + 1 = 5^2 \Rightarrow 3x = 24$ Se obține $x = 8$ care verifică ecuația.	3p 2p
4.	Numărul de cazuri posibile: numărul cifrelor nenule este 9; Cifrele nenule ce verifică inegalitatea $x^2 - 3x \leq 0$ sunt $x = 1, x = 2, x = 3$; Numărul cazurilor favorabile este 3; Probabilitatea $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$	2p 3p
5.	Ecuția dreptei AB este $\frac{x+2}{1+2} = \frac{y-2}{-1-2} \Rightarrow AB: x + y = 0$; A, B, C coliniare dacă $C(a, 4) \in AB$, de unde $a + 4 = 0$, $a = -4$	3p 2p
6.	Din $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ și $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ se obține $\cos x = \frac{5}{13}$; $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \Rightarrow \operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$	3p 2p

SUBIECTUL II

(30 de puncte)

1.a)	$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 1 \cdot 3 - 3 \cdot 3 =$ $= 3 - 9 = -6$	3p 2p
b)	$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & 12 \\ 12 & 18 \end{pmatrix}$, $4A = \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 12 \end{pmatrix}$, $6I_2 = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ $A^2 - 4A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 6I_2$	3p 2p

c)	$A - xI_2 = \begin{pmatrix} 1-x & 3 \\ 3 & 3-x \end{pmatrix}$, $\det(A - xI_2) = x^2 - 4x - 6$	3p
	$x^2 - 4x - 6 = -1 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$ cu soluțiile $x = -1, x = 5$	2p
2.a)	$2026 \circ 1 = 2026 \cdot 1 - (2026 + 1) + 2 =$ $= 2026 - 2027 + 2 = -1 + 2 = 1$	2p 3p
b)	$\exists e \in \mathbb{R}$ astfel încât $x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Astfel $e = 2 \Leftrightarrow x \circ 2 = 2 \circ x = 2, \forall x \in \mathbb{R}$	3p
	$x \circ 2 = 2x - x - 2 + 2 = x, \forall x \in \mathbb{R}$, $2 \circ x = 2x - 2 - x + 2 = x, \forall x \in \mathbb{R}$, deci $e = 2$ este elementul neutru	2p
c)	$x \in \mathbb{R}$ simetrizabil dacă $\exists x' \in \mathbb{R}$ astfel încât $x \circ x' = x' \circ x = e$. $4 \circ x' = x' \circ 4 = 2 \Leftrightarrow$	2p
	$\Leftrightarrow 4x' - 4 - x' + 2 = x' \cdot 4 - x' - 4 + 2 = 2 \Rightarrow x' = \frac{4}{3}$	3p

SUBIECTUL III

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \left(\frac{e^x}{1+x} \right)' = \frac{(e^x)' \cdot (1+x) - e^x \cdot (1+x)'}{(1+x)^2} =$	2p
	$= \frac{e^x \cdot (1+x) - e^x \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{e^x + e^x \cdot x - e^x}{(1+x)^2} = \frac{x \cdot e^x}{(x+1)^2}, \forall x \in [0,1].$	3p
b)	Ecuția tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 0$, este $y - f(0) = f'(0)(x - 0)$, $f(0) = 1, f'(0) = 0 \Rightarrow$ ecuația tangentei este $y = 1$.	2p 3p
	Din $f'(x) = \frac{x \cdot e^x}{(x+1)^2} \geq 0, \forall x \in [0,1]$ rezultă că f este crescătoare pe intervalul $[0,1]$. $0 \leq x \leq 1 \Rightarrow f(0) \leq f(x) \leq f(1) \Rightarrow 1 \leq f(x) \leq \frac{e}{2}, \forall x \in [0,1].$	2p 3p
2.a)	$\int_0^3 (f(x) - 3) dx = \int_0^3 (x^2 + 3 - 3) dx = \int_0^3 x^2 dx =$	2p
	$= \frac{x^3}{3} \Big _0^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{0^3}{3} = \frac{27}{3} = 9.$	3p
b)	$\int_1^2 g(x) dx = \int_1^2 (f(x))^2 dx = \int_1^2 (x^2 + 3)^2 dx = \int_1^2 (x^4 + 6x^2 + 9) dx =$	2p
	$= \frac{x^5}{5} \Big _1^2 + 6 \cdot \frac{x^3}{3} \Big _1^2 + 9x \Big _1^2 = \frac{31}{5} + 14 + 9 = \frac{146}{5}.$	3p
c)	$\int_1^{\sqrt{6}} x \cdot \sqrt{f(x)} dx = \int_1^{\sqrt{6}} x \cdot \sqrt{x^2 + 3} dx = \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{6}} 2x \cdot \sqrt{x^2 + 3} dx =$	2p
	$= \frac{1}{2} \int_1^{\sqrt{6}} (x^2 + 3)' \cdot (x^2 + 3)^{\frac{1}{2}} dx = \frac{(x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 3}}{3} \Big _1^{\sqrt{6}} = \frac{9 \cdot 3 - 4 \cdot 2}{3} = \frac{19}{3}.$	3p