

EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT 2026

Proba E.c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
Decembrie 2025

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Arătați că numerele $\log_3 2$, $\log_3 10$ și $\log_3 50$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice. |
| 5p | 2. Determinați numărul real m pentru care graficele funcțiilor $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x + m$ și $g(x) = x + 2$ se intersectează într-un punct de abscisă 1. |
| 5p | 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $x - \sqrt{2-x} = 0$. |
| 5p | 4. Aflați probabilitatea ca, atunci când alegem la întâmplare un număr natural de două cifre, raportul dintre cifra zecilor și cifra unităților numărului ales să fie egal cu 2. |
| 5p | 5. În raport cu un reper cartezian xOy , vârfurile triunghiului ABC au coordonatele $A(-1, 1)$, $B(2, 1)$ și $C(0, -3)$. Determinați ecuația medianei din A a triunghiului ABC . |
| 5p | 6. În triunghiul ABC se cunosc $AC = 6$, $BC = 2\sqrt{6}$ și $B = \frac{\pi}{3}$. Demonstrați că $A = \frac{\pi}{4}$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|---|
| | 1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | a) Arătați că $A^2 = 2A - I_2$. |
| 5p | b) Demonstrați că matricea A este inversabilă și aflați inversa sa. |
| 5p | c) Determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $AX = B$. |
| | 2. Fie m un număr real. Pe mulțimea \mathbb{R} a numerelor reale se consideră legea de compoziție
$x \circ y = m \cdot x + y + 1, \text{ oricare ar fi } x, y \in \mathbb{R}.$ |
| 5p | a) Dacă $m = -1$, arătați că $2026 \circ 2025 = 0$. |
| 5p | b) Determinați numărul real m știind că legea de compoziție este asociativă. |
| 5p | c) Pentru $m = 2$ rezolvați, în mulțimea numerelor reale, inecuația $2^x \circ 4^x \geq 4$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x^2 - 4) \ln(x - 1)$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(2) = 0$. |
| 5p | b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f . |
| 5p | c) Demonstrați că $f(x) \geq 0$, oricare ar fi numărul $x \in (1, \infty)$. |
| | 2. Se consideră funcțiile $f, F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x + 3$ și $F(x) = e^x + x^2 + 3x - 3$. |
| 5p | a) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f . |
| 5p | b) Demonstrați că $F(-1) < F\left(-\frac{1}{2}\right)$. |
| 5p | c) Determinați primitiva G a funcției $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = xf(x) + F(x)$ cu proprietatea că originea reperului cartezian xOy este punct al graficului funcției G . |



EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT – 2026

Proba E.c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Decembrie 2025

SIMULARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\log_3 2 + \log_3 50 = \log_3 100$ $2 \cdot \log_3 10 = \log_3 10^2 = \log_3 100$ Concluzia: $\log_3 2, \log_3 10, \log_3 50$ sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.	2p 2p 1p
2.	$P(1, a) \in G_f \cap G_g$ $g(1) = a$ implică $a = 3$ $f(1) = 3$ implică $m = 3$.	1p 2p 2p
3.	Din $x = \sqrt{2-x}$ rezultă că $x^2 + x - 2 = 0$ Deducem că $x \in \{1, -2\}$ Convine doar valoarea $x = 1$.	2p 1p 2p
4.	Există 90 de numere de două cifre Există 4 numere de forma \overline{ab} cu $a = 2b$ (21, 42, 63, 84) Probabilitatea este $\frac{4}{90} = \frac{2}{45}$	2p 2p 1p
5.	Mijlocul segmentului BC este punctul $M(1, -1)$ Ecuația dreptei căutate este $AM : x + y = 0$.	2p 3p
6.	Folosind teorema sinusurilor obținem $\frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ Rezultă că $A \in \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right\}$ Cazul $A = \frac{3\pi}{4}$ nu convine, deoarece $A + B > \pi$, deci $A = \frac{\pi}{4}$.	2p 2p 1p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. a)	$A^2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$ $2A - I_2 = \begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -8 & -7 \end{pmatrix}$, deci se verifică egalitatea din enunț	2p 3p
b)	$\det(A) = 5 \cdot (-3) + 16 = 1 \neq 0$, deci matricea A este inversabilă $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$	2p 3p



	Notă. Din egalitatea de la punctul a), $(2I_2 - A) \cdot A = I_2$, deci A este inversabilă, având inversa $2I_2 - A$	
c)	Cum matricea A este inversabilă, avem $X = A^{-1}B$	3p
	$X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$	2p
2. a)	Pentru $m = -1$, obținem $x \circ y = -x + y + 1$	2p
	$2026 \circ 2025 = -2026 + 2025 + 1 = 0$	3p
b)	$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$	2p
	$(x \circ y) \circ z = (mx + y + 1) \circ z = m^2x + my + z + (m + 1)$ și $x \circ (y \circ z) = mx + my + z + 2$	2p
	Rezultă că $m = 1$.	1p
c)	Pentru $m = 2$, inecuația devine $2 \cdot 2^x + 4^x \geq 3$	1p
	Notând $2^x = t, t > 0$, rezultă că $t^2 + 2t - 3 \geq 0, t > 0$, de unde $t \in [1, \infty)$	2p
	Obținem că $x \in [0, \infty)$.	2p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = 2x \ln(x-1) + \frac{x^2 - 4}{x-1}$	3p
	$f'(2) = 0$	2p
b)	$\lim_{x \searrow 1} f(x) = (-3)(-\infty) = \infty$	3p
	Ecuția asimptotei verticale (la dreapta) la graficul funcției f este $x = 1$.	2p
c)	Pentru $x \geq 2$ avem $x^2 - 4 \geq 0, \ln(x-1) \geq \ln 1 = 0$, deci $f(x) \geq 0$	3p
	Pentru $x \in (1, 2)$ avem $x^2 - 4 < 0, \ln(x-1) < \ln 1 = 0$, deci $f(x) > 0$.	2p
	Notă. Deoarece funcția f este derivabilă pe $(1, \infty)$, $f'(x) < 0$, pentru orice $x \in (1, 2)$, $f'(x) > 0$, pentru orice $x \in (2, \infty)$, rezultă că $x = 2$ este punct de minim global. Cum $f(2) = 0$, concluzia se impune.	
2. a)	$F'(x) = e^x + 2x + 3 = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$	3p
	Cum F este derivabilă pe \mathbb{R} și $F' = f$, înseamnă că F este o primitivă a funcției f .	2p
b)	Observăm că $f(x) > 0, \forall x \in [-1, \infty)$, deci funcția F este strict crescătoare (cel puțin) pe $[-1, \infty)$	3p
	Cum $-1 < -\frac{1}{2}$, rezultă că $F(-1) < F\left(-\frac{1}{2}\right)$	2p
	Notă. Se poate proceda prin calcul direct: $F(-1) = \frac{1}{e} - 5, F\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{e}} - \frac{17}{4}$, iar inegalitatea cerută revine la $4 < 4\sqrt{e} + 3e$, fapt evident adevărat.	
c)	$g(x) = x \cdot F'(x) + F(x) = (x \cdot F(x))'$, deci o primitivă a funcției g are legea de corespondență de forma	3p
	$G(x) = x \cdot F(x) + C, \forall x \in \mathbb{R}$, unde C este o constantă reală	
	Din condiția $G(0) = 0$, obținem că $C = 0$.	2p