Simulare - Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E.c

Matematică *M_șt-nat*

Filiera teoretică, profilul real, științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p 1. Să se determine numărul complex z, știind că $z + 5\bar{z} = 12 + 8i$.

5p 2. Să se determine valoarea maximă a funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -2x^2 + 4x$.

5p 3. Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39$.

5p 4. Se consideră mulțimea $M = \{0,1,2, \dots, 120\}$. Să se determine probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea M, acesta să se dividă cu 11.

5p 5. In reperul cartezian xOy consideră punctele $A(1,2), B(-2,3)$ și $C(6,5)$. Determinați ecuația înălțimii din A a triunghiului ABC.

5p 6. Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și că $sinx = \frac{3}{5}$, să se calculeze $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ 4 & 1 & m \\ 1 & -m & -1 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații

$$\begin{cases} 2x + y + mz = 4 \\ 4x + y + mz = 6, \ m \in \mathbb{R}. \\ x - my - z = -1 \end{cases}$$

5p a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât sistemul să admită soluția $\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

5p b) Determinați valorile reale ale lui m pentru care $detA \geq 0$.

5p c) Determinați valorile reale ale lui m, pentru care sistemul admite o soluție unică cu componentele numere naturale.

2. Pe mulțimea $M = [2, \infty)$ se definește legea de compoziție

$$x * y = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}.$$

5p a) Arătați că $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ” .

5p b) Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „ $*$ ”.

5p c) Determinați numărul $x \in M$ pentru care $\sqrt{x} * \sqrt[4]{x} = 4$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+4}}$.

5p a) Determinați ecuațiile asimptotelor la graficul funcției f.

5p b) Determinați punctul de extrem al funcției f .

5p c) Calculați $\lim\limits_{x \to \infty} (f(x))^{2x}$.

2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1+2x-x^2}{1+2x^2+x^4}$ și $F: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad F(x) = \frac{x^2+ax}{x^2+b}, a, b \in \mathbb{R}$.

5p a) Să se determine $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcția F este o primitivă a funcției f.

5p b) Să se calculeze $\int (x^2 + 1) f(x) dx$.

5p c) Să se arate că orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe intervalul $[3, \infty)$.

Simulare - Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E.c)

Matematică *M_șt-nat*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	Fie $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R}$. Ecuația devine $a + bi + 5\cdot(a - bi) = 12 + 8i$ Obținem $a = 2, b = -2$, deci $z = 2 - 2i$	**1p** **2p** **2p**
2.	$y_{max} = -\frac{\Delta}{4a}$ $\Delta = 16$ $y_{max} = 2$.	**2p** **1p** **2p**
3.	$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 39 \Leftrightarrow 3^{x-1} \cdot 13 = 39$ $3^{x-1} = 3 \Leftrightarrow x = 2$	**3p** **2p**
4.	Număr cazuri posibile: 121 Cazuri favorabile: $0, 11\cdot 1, 11\cdot 2, \dots 11\cdot 10$, deci numărul cazurilor favorabile este 11. $p = \frac{nr.\,cazuri\,favorabile}{nr.\,cazuri\,posibile} = \frac{11}{121} = \frac{1}{11}$	**2p** **2p** **1p**
5.	Fie h din înălțimea din $A \Rightarrow m_h \cdot m_{BC} = -1$ $m_{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow m_h = -4$ Ecuația înălțimii este $y = -4x + 6$	**1p** **2p** **2p**
6.	Se obține $cosx = -\frac{4}{5}$. Atunci $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = sinx \cdot cos\frac{\pi}{3} + cosx \cdot sin\frac{\pi}{3}$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{3 - 4\sqrt{3}}{10}$	**1p** **2p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1	a) Se înlocuiește soluția în fiecare ecuație a sistemului Se obține m=3	**3 p** **2p**

	b) $\det A = 2(1-m^2)$ $detA \geq 0 \Leftrightarrow m \in [-1,1]$	**2 p** **3p**
	c)Sistemul admite soluție unică$\Leftrightarrow detA \neq 0 \Leftrightarrow m \in R/\{-1,1\}$ Se obțin soluțiile $x = 1, y = \frac{2}{m+1}, z = \frac{2}{m+1}$ Soluțiile sunt numere naturale$\Leftrightarrow m+1 \in D_2 \Leftrightarrow m \in \{0,1\}$ Convine doar $m = 0$	**1 p** **2 p** **1 p** **1p**
2	a)Se verifică $x * 2 = x, \forall x \in M$ $2 * x = x, \forall x \in M$, deci $e = 2$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”.	**2p** **3p**
	b) Definiția elementului simetrizabil x' $x * x' = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + x'^2 - 4} = 2 \Rightarrow x' = \pm\sqrt{8 - x^2}$. Din condițiile $x' \geq 2$ și $8 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4$ Singurul element simetrizabil este $x = 2$.	**1p** **1p** **2p** **1p**
	$c)\sqrt{x} * \sqrt[4]{x}$=4$\Leftrightarrow \sqrt{x + \sqrt{x} - 4}$=4$\Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 4 = 16$. Notăm $\sqrt{x} = t, t \geq 0$. Ecuația devine $t^2 + t$ −20=0. Se obține soluția $x = 16$	**2p** **1p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

<table>
<tr><td>1.</td><td>a) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $+\infty$
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$ asimptotă orizontală la graficul funcției spre $-\infty$.
Nu există asimptote verticale</td><td>2 p
2p
1p</td></tr>
<tr><td></td><td>b)$f'(x) = \frac{4-2x}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$.
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 2 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'(x)$</td><td>+ + + + + + + + + 0 - - - - - - - - - - -</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>$\nearrow$ $\sqrt{2}$ $\searrow$</td></tr>
</table>
Observăm ca $x = 2$ este punct de maxim al funcției.</td><td>2 p
2p
1p</td></tr>
<tr><td></td><td>$c)\ \lim_{x\to\infty}(f(x))^{2x} = \lim_{x\to\infty}\left(\frac{(x+2)^2}{x^2+4}\right)^x$
$= \lim_{x\to\infty}\left(1 + \frac{4x}{x^2+4}\right)^x = e^4$</td><td>2 p
3 p</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>a) Obținem prin derivare $F'(x) = \frac{-ax^2+2bx+ab}{(x^2+b)^2}$
$F'(x) = f(x) \Rightarrow a = b = 1$</td><td>3p
2p</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>b) $\int (x^2+1)f(x)dx = \int \frac{1+2x-x^2}{x^2+1}dx = \int \frac{2}{x^2+1}dx + \int \frac{2x}{x^2+1}dx -$
$- \int \frac{x^2+1}{x^2+1}dx = 2arctgx + ln(x^2+1) - x + C$.</td><td>1p
2p
2p</td></tr>
<tr><td></td><td>c)Fie $G: R \to R$ o primitivă a funcției f. Atunci $G'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ $1-\sqrt{2}$ $1+\sqrt{2}$ $+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>- - - 0 + 0 - - - - -</td></tr></table>Din tabel deducem că
$f(x) < 0, x\forall \geq 3 \Leftrightarrow G'(x) < 0, \forall x \geq 3$, deci orice primitivă a funcției f este strict descrescătoare pe intervalul $[3, \infty)$.</td><td>2p
2p
1p</td></tr>
</table>