Simulare - Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Să se determine $z \in \mathbb{C}$ dacă $z - \bar{z} + |z| = 7$.

5p **2.** Determinați numărul real pozitiv *m* pentru care dreapta $x = 2$ este axă de simetrie a graficului funcției $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2 \cdot x^2 - (m^2 - 1) \cdot x + 3$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log^2{}_2 x^3 - 12 \cdot \log_4 x - 3 = 0$.

5p **4.** Determinați numărul de numere naturale de trei cifre care au exact două cifre egale.

5p **5.** În reperul cartezian *xOy* se consideră punctele $A(-1,2), B(2,3)$ și $C(0,-2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin *C* la *AB*.

5p **6.** Dacă $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\sin x = \frac{4}{5}$, arătați că $\sin 2x = \frac{24}{25}$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = I_3 + A$, $C = I_3 + a \cdot A$, cu $a \in \mathbb{R}$.

5p **a)** Să se calculeze $S = A - X \cdot Y$.

5p **b)** Să se determine $a \in \mathbb{R}$ astfel încât $B \cdot C = I_3$.

5p **c)** Să se arate că $A^{n+1} = 14 \cdot A^n, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.

5p **a)** Arătați că $x * y = (x-4) \cdot (y-4) + 4$, pentru orice numere reale *x* și *y*.

5p **b)** Calculați $1 * 2 * 3 * \cdots * 2026$.

5p **c)** Determinați numerele naturale *a, b* și *c*, știind că $a < b < c$ și $a * b * c = 66$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 2x + a + 1, & x \le 1 \\ x^2 + a^2 x, & x > 1 \end{cases}$, unde *a* este un număr real.

5p **a)** Determinați numerele reale *a* pentru care funcția *f* este continuă în $x = 1$.

5p **b)** Pentru $a = 2$, calculați $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\sqrt{f(x)} - \sqrt{f(x) + x} \right)$.

5p **c)** Pentru $a = -1$, arătați că ecuația $f(x) + 2^x = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[-1, 0]$.

2. Se consideră funcția $f: R \to R,\ f(x) = \frac{x^2+2x+1}{x^2+1}$.

5p **a)** Calculați $\int (x^2+1)\cdot f(x)\,dx$.

5p **b)** Determinați funcția $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, primitivă a funcției f, pentru care $G(1)=\ln 2$.

5p **c)** Calculați $\int f'(x)\cdot e^{f(x)}\,dx$.

Simulare-Examenul national de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	Fie $z = x + iy$, atunci avem $x + iy - x + iy + \sqrt{x^2 + y^2} = 7, x, y \in \mathbb{R}$,	**2p**
	$\sqrt{x^2 + y^2} + 2yi = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} = 7 \\ 2y = 0 \end{cases}$	**1p**
	$\begin{cases} x_{1,2} = \pm 7 \\ y = 0 \end{cases}$	**1p**
	$z \in \{-7, 7\}$	**1p**
2.	$\dfrac{m^2 - 1}{4} = 2 \Leftrightarrow m^2 - 9 = 0$	**3p**
	$m = -3$ nu convine, $m = 3$ convine	**2p**
3.	$\begin{cases} x > 0 \\ x^3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0, +\infty)$	**1p**
	$\log_2^2(x^3) = 9\log_2^2 x$ Ecuația devine $9\log_2^2 x - 6\log_2 x - 3 = 0$, notăm $\log_2 x = t$	**1p**
	$\Rightarrow 3t^2 - 2t - 1 = 0; t_1 = 1, t_2 = -\dfrac{1}{3}$	**2p**
	deci $x_1 = 2 > 0, x_2 = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} > 0 \Rightarrow x \in \left\{2; \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}\right\}$	**1p**
4.	Numerele naturale de trei cifre care au exact două cifre egale sunt de forma $\overline{aab}$, $\overline{aba}$ sau $\overline{baa}$ unde a și b sunt cifre distincte.	**2p**
	Sunt $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma $\overline{aab}$, $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma $\overline{aba}$ și $9 \cdot 9 = 81$ de numere de forma $\overline{baa}$ cu a și b cifre distincte, deci numărul cerut este $81 \cdot 3 = 243$.	**3p**
5.	$m_{AB} = \dfrac{1}{3}, d \parallel AB \Rightarrow m_d = \dfrac{1}{3}$, unde d este paralela prin C la AB	**3p**
	$d : y = \dfrac{1}{3}x - 2$	**2p**

6.	Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, obținem $\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} = \frac{3}{5}$	**3p**
	$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{24}{25}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$X \cdot Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$	**3p**
	$S = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = O_3$	**2p**
b)	$B \cdot C = (I_3 + A) \cdot (I_3 + a \cdot A) = I_3 + a \cdot A + A + a \cdot A^2 = I_3 + (a+1) \cdot A + a \cdot A^2$	**2p**
	$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 42 & 28 \\ 42 & 126 & 84 \\ 28 & 84 & 56 \end{pmatrix} = 14 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & 6 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix} = 14 \cdot A$	**2p**
	$B \cdot C = I_3 + (15 \cdot a + 1) \cdot A = I_3 \Leftrightarrow 15 \cdot a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{15}$	**1p**
c)	Inducție matematică: $P(n): A^{n+1} = 14 \cdot A^n, n \in \mathbb{N}^*$ $P(1): A^2 = 14 \cdot A$ este adevărat din b)	**2p**
	Presupunem $P(n)$ adevărată și arătăm că și $P(n+1)$ este adevărată. Pentru n+1, avem $A^{n+2} = A^{n+1} \cdot A = 14A^n \cdot A = 14 \cdot A^{n+1}$.	**3p**
2.a)	$x * y = xy - 4x - 4y + 16 + 4 =$	**2p**
	$= x \cdot (y-4) - 4 \cdot (y-4) + 4 = (x-4) \cdot (y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y	**3p**
b)	$x * 4 = 4 * y = 4$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
	$1 * 2 * 3 * \cdots * 2026 = ((1 * 2 * 3) * 4) * (5 * \cdots * 2026) = 4 * (5 * \cdots * 2026) = 4$	**3p**
c)	$(a-4) \cdot (b-4) \cdot (c-4) = 62$, unde a, b, și c sunt numere naturale și $a < b < c$	**1p**
	$\begin{cases} a-4 = -2 \\ b-4 = -1 \\ c-4 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 35 \end{cases}$	**2p**
	$\begin{cases} a-4 = 1 \\ b-4 = 2 \\ c-4 = 31 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 6 \\ c = 35 \end{cases}$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	f este continuă în $x=1 \Rightarrow \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}} f(x) = \lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) = f(1)$	**2p**
	$a+3=1+a^2 \Leftrightarrow a^2-a-2=0 \Leftrightarrow a_1=-1$ și $a_2=2$	**3p**
b)	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+4x}-\sqrt{x^2+4x+x}\right)=$	**2p**
	$=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-x}{\sqrt{x^2+4x}+\sqrt{x^2+5x}}=-\dfrac{1}{2}$	**3p**
c)	Fie $g:[-1,0]\to\mathbb{R}, g(x)=f(x)+2^x=2\cdot x+2^x$	**2p**
	Cum g este continuă pe $[-1,0]$, $g(-1)=-\dfrac{3}{2}<0$ și $g(0)=1>0$, ecuația $f(x)+2^x=0$	
	are cel puțin o soluție în intervalul $[-1,0]$.	**3p**
2.a)	$\int(x^2+1)\cdot\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}dx=\int(x^2+2x+1)dx=\int x^2\,dx+2\cdot\int x\,dx+\int 1\,dx=$	**3p**
	$=\dfrac{x^3}{3}+x^2+x+C$	**2p**
b)	$\int\dfrac{x^2+2x+1}{x^2+1}dx=\int 1\,dx+\int\dfrac{2x}{x^2+1}dx=x+\ln(x^2+1)+C$	**2p**
	$G(x)=x+\ln(x^2+1)+C,\ C\in\mathbb{R}$	**1p**
	$G(1)=1+\ln 2+C=\ln 2 \Leftrightarrow C=-1$	**1p**
	$G(x)=x+\ln(x^2+1)-1$	**1p**
c)	$f(x)=t,\ f'(x)dx=dt,\ \int e^t\,dt=e^t+C$	**3p**
	$\Rightarrow\int f'(x)\cdot e^{f(x)}\,dx=e^{f(x)}+C$	**2p**