Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
Simulare

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1.** Determinați perechea (a, b) de numere reale pentru care $\frac{3+i}{3-i} = a + bi$, unde $i^2 = -1$.

5p **2.** Se consideră mulţimile $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + m = 0\}$ şi $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + mx + 1 = 0\}$. Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ ştiind că $A \cap B = \{1\}$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $2 + \sqrt{2 - x} = 3x$.

5p **4.** Care este probabilitatea ca, alegând o submulțime din mulțimea submulțimilor mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, aceasta să conțină elementul 2.

5p **5.** Fie ABC un triunghi cu $AB = 3$ şi $AC = 5$. Dacă M este mijlocul laturii BC, calculaţi $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC}$.

5p **6.** Știind că $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ și $tgx = -3$, calculați $\sin 2x + \cos 4x$.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1-x & 0 & 0 \\ 0 & (1-x)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este un număr real.

5p **a)** Arătați că $\det\big(A(4)\big) = -27$.

5p **b)** Demonstrați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y - xy)$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

5p **c)** Calculați $A(2) \cdot A(3) \cdot A(4) \cdot \ldots \cdot A(2026)$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se defineşte legea de compoziţie $x \circ y = 2xy + 3x - y$.

5p **a)** Rezolvați ecuația $(x + 1) \circ x = 9, x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Arătaţi că legea $\circ$ nu este asociativă.

5p **c)** Daţi exemplu de două numere $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ astfel încât $a \circ b \in \mathbb{Z}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x \to \infty} \big(f(x)\big)^x$.

5p **c)** Să se determine valorile lui a, $a \in \mathbb{R}$ pentru care ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale.

2. Se consideră funcțiile:

$$f:(0,\infty)\to\mathbb{R},\qquad f(x)=e^x+\frac{x-2}{x}$$
$$F:(0,\infty)\to\mathbb{R},\quad F(x)=e^x+x-\ln x^2.$$

5p **a)** Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f.

5p **b)** Arătați că orice primitivă a funcției f este convexă.

5p **c)** Să se calculaze $\int(x\,f(x)+F(x))dx$

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE
Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I		**(30 de puncte)**
1	$z=\frac{3+i}{3-i}=\frac{(3+i)\cdot(3+i)}{(3+i)\cdot(3-i)}=\frac{9+6i-1}{10}=\frac{8+6i}{10}=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$ $z=a+bi\Longrightarrow a=\frac{4}{5}, b=\frac{3}{5}$	3p 2p
2	$1\in A\Rightarrow 1+1+m=0\Rightarrow m=-2$; $1\in B\Rightarrow 1+m+1=0\Rightarrow m=-2$ Pentru $m=-2$ avem $A=\{-2,1\}$; $B=\{1\}$; $A\cap B=\{1\}$	2p 3p
3	$2-x=9x^2-12x+4$ adică $9x^2-11x+2=0$ Obținem $x=\frac{2}{9}$ care nu convine sau $x=1$ care convine	2p 3p
4	Nr. cazuri posibile: 2^5 (nr. submulțimilor mulțimii A) Nr. cazurilor favorabile: 2^4, deci $p=\frac{1}{2}$	2p 3p
5	$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$ $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{2}(AC^2-AB^2)=\frac{1}{2}(25-9)=8$	2p 3p
6	$\sin 2x=\frac{2\cdot\operatorname{tg}x}{1+\operatorname{tg}^2x}=-\frac{3}{5}$ $\cos 4x=1-2\sin^2 2x=\frac{7}{25}$, deci $\sin 2x+\cos 4x=-\frac{8}{25}$	2p 3p
SUBIECTUL al II -lea		**(30 de puncte)**
1.a	$det(A(4))=\begin{vmatrix}-3&0&0\\0&9&0\\0&0&1\end{vmatrix}=$ $=-27+0+0-0-0-0=-27$	3p 2p
1.b	$\boldsymbol{A}(x)\cdot A(y)=\begin{pmatrix}(1-x)(1-y)&0&0\\0&(1-x)^2(1-y)^2&0\\0&0&1\end{pmatrix}=$ $=\begin{pmatrix}1-(x+y-xy)&0&0\\0&(1-(x+y-xy))^2&0\\0&0&1\end{pmatrix}=A(x+y-xy)$	3p 2p
1.c	Observăm că $A(x)\cdot A(y)=A(1-(1-x)(1-y))$ Atunci $A(2)\cdot A(3)\cdot A(4)\cdot\ldots\cdot A(2026)=A(1+(-1)^{2024}\cdot 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot 2025)=A(1+2025!)$	3p 2p

2.a	Ecuaţia este echivalentă cu $2(x+1)x+3(x+1)-x=9$ Se obţine $x^2+2x-3=0$, cu soluţiile $x_1=-3$ și $x_2=1$	3p 2p
2.b	Se calculează, de exemplu, $(1\circ 2)\circ 3=42$ și $1\circ(2\circ 3)=18$. Deoarece $(1\circ 2)\circ 3\neq 1\circ(2\circ 3)$, legea $\circ$ nu este asociativă.	3p 2p
2.c	$x\circ y=(2x-1)\left(y+\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$; Fie de exemplu, $2a-1=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow a=\frac{\sqrt{2}+2}{4}\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ și $b+\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow b=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{3}{2}\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$. Se calculează $a\circ b=2\in\mathbb{Z}$	2p 3p
SUBIECTUL al III -lea		**(30 de puncte)**
1.a	$f'(x)=\frac{(x-1)'\sqrt{x^2+1}-(x-1)(\sqrt{x^2+1})'}{x^2+1}$ $=\frac{\sqrt{x^2+1}-(x-1)\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$.	2p 3p
1.b	$\lim\limits_{x\to\infty}\left(f(x)\right)^x=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^x=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{(x-1)^2}{x^2+1}\right)^{\frac{x}{2}}=$ $=\lim\limits_{x\to\infty}\left[\left(1+\frac{-2x}{x^2+1}\right)^{\frac{x^2+1}{-2x}}\right]^{\frac{-x^2}{x^2+1}}=e^{-1}$	2p 3p
1.c	Funcția f este derivabilă pe $\mathbb{R}$, cu $f'(x)=\frac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$. Rezultă că f este strict descrescătoare pe $(-\infty,-1)$ și strict crescătoare pe $(-1,\infty)$. $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$, $f(-1)=-\sqrt{2}$. Deoarece f e continuă pe $\mathbb{R}$ se obține $a\in(-\sqrt{2},-1)$	2p 3p
2.a	F este derivabilă și $F'(x)=(e^x)'+x'-2(\ln x)'=e^x+1-\frac{2}{x}$ $=e^x+\frac{x-2}{x}=f(x)$.	3p 2p
2.b	Fie G o primitivă a lui f, atunci $G'(x)=f(x)$, $G''(x)=e^x+\frac{2}{x^2}$ Deoarece $G''(x)=e^x+\frac{2}{x^2}>0$ pentru orice număr real pozitiv, așadar orice primitivă a funcției f este convexă.	3p 2p
2.c	$\int(xf(x)+F(x))\,dx=\int\left(xF(x)\right)'dx=$ $=xF(x)+\mathcal{C}=x(e^x+x-\ln x^2)+\mathcal{C}$	3p 2p