

Examenul național de bacalaureat 2025

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați termenul a_3 al progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, în care $a_1 = 3$ și $a_2 = 10$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x - 4$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = a + g(2)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3(10x - 1) = 2$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 45%, un produs costă 110 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 4)$, $B(0, -1)$, $C(8, 3)$. Arătați că $AB = AM$, unde punctul M este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 6$ și $AC = 8$. Arătați că $\sin C = \frac{3}{5}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} a & 3a \\ a & 2a + 3 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2)) = 2$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = xA(1)$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(2) \cdot X \cdot A(2) = A(0)$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 2x - 2y + 6$.
- 5p** a) Arătați că $0 * 2 = 2$.
- 5p** b) Determinați numerele reale x pentru care $x * (2x) = 6$.
- 5p** c) Știind că $e = 3$ este elementul neutru al legii de compoziție „ $*$ ”, determinați numărul real x al cărui simetric în raport cu legea de compoziție „ $*$ ” este 4.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 2 - \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + \ln x}{3x - 3} = \frac{4}{3}$.
- 5p** c) Arătați că $\frac{4x^2 - 1}{2} \geq \ln(2x)$, pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x + 2$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = e + 1$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^3 \frac{1}{f(x) - e^x} dx = \ln 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = 5 + \frac{a}{e}$.

Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$r = a_2 - a_1 = 7$, unde r este rația progresiei aritmetice $a_3 = 10 + 7 = 17$	3p 2p
2.	$g(2) = 4$, $f(a) = 3a - 4$, pentru orice număr real a $3a - 4 = a + 4$, de unde obținem $a = 4$	3p 2p
3.	$10x - 1 = 3^2$, deci $10x - 1 = 9$ $x = 1$, care convine	3p 2p
4.	$x - \frac{45}{100} \cdot x = 110$, unde x este prețul produsului înainte de ieftinire $x = 200$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 5$ $M(4,1)$, deci $AM = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$, de unde obținem $AB = AM$	2p 3p
6.	$BC = 10$ $\sin C = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 7 \end{vmatrix} = 2 \cdot 7 - 2 \cdot 6 =$ $= 14 - 12 = 2$	3p 2p
b)	$A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$, $A(1) \cdot A(1) + 2I_2 = \begin{pmatrix} 4 & 18 \\ 6 & 28 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 18 \\ 6 & 30 \end{pmatrix} = 6 \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ $xA(1) = 6A(1)$, de unde obținem $x = 6$	3p 2p
c)	Cum $\det(A(2)) \neq 0$, $X = (A(2))^{-1} \cdot A(0) \cdot (A(2))^{-1}$; $A(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ $(A(2))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $X = \begin{pmatrix} 9 & -9 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.a)	$0 * 2 = 0 \cdot 2 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 2 + 6 =$ $= 0 - 0 - 4 + 6 = 2$	3p 2p
b)	$x * (2x) = 2x^2 - 6x + 6$, pentru orice număr real x $2x^2 - 6x + 6 = 6$, deci $2x^2 - 6x = 0$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = 3$	2p 3p
c)	$x * 4 = 4 * x = 3$, de unde obținem $4x - 2x - 8 + 6 = 3$ $x = \frac{5}{2}$	3p 2p

Probă scrisă la matematică $M_{tehnologic}$

Simulare

Barem de evaluare și de notare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 4x - \frac{1}{x} =$ $= \frac{4x^2 - 1}{x} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{x}, \quad x \in (0, +\infty)$	3p
		2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + \ln x}{3x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 2}{3x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(x+1)}{3(x-1)} =$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x+1)}{3} = \frac{4}{3}$	3p
		2p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}; \text{ pentru orice } x \in \left(0, \frac{1}{2}\right], f'(x) \leq 0, \text{ deci } f \text{ este descrescătoare pe } \left(0, \frac{1}{2}\right]$ $\text{și, pentru orice } x \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right), f'(x) \geq 0, \text{ deci } f \text{ este crescătoare pe } \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ $f(x) \geq f\left(\frac{1}{2}\right), \text{ pentru orice } x \in (0, +\infty) \text{ și, cum } f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2} - \ln \frac{1}{2}, \text{ obținem } \frac{4x^2 - 1}{2} \geq \ln(2x),$ $\text{pentru orice } x \in (0, +\infty)$	2p
		3p
2.a)	$\int_0^1 (f(x) - 2x) dx = \int_0^1 (e^x + 2) dx = (e^x + 2x) \Big _0^1 =$ $= e + 2 - 1 = e + 1$	3p
		2p
b)	$\int_0^3 \frac{1}{f(x) - e^x} dx = \int_0^3 \frac{1}{2x + 2} dx = \frac{1}{2} \int_0^3 \frac{1}{x + 1} dx = \frac{1}{2} \ln(x + 1) \Big _0^3 =$ $= \frac{\ln 4}{2} - \frac{\ln 1}{2} = \ln 2$	3p
		2p
c)	$\int_0^1 \frac{f(x)}{e^x} dx = \int_0^1 (1 + (2x + 2)e^{-x}) dx = x \Big _0^1 + \int_0^1 (2x + 2)(-e^{-x})' dx =$ $= 1 - (2x + 4)e^{-x} \Big _0^1 = 5 - \frac{6}{e}, \text{ deci } 5 + \frac{a}{e} = 5 - \frac{6}{e}, \text{ de unde obținem } a = -6$	3p
		2p