

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat 2025
Proba E. c)
Matematică M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați modulul numărului complex $z = (2 - i)(3 + 2i) - 4(1 + i)$.
- 5p** 2. Determinați valorile reale ale lui m pentru care $x^2 - (2m + 1)x + m(m - 1) \geq 0$ pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$, acesta să fie multiplu de 11.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(-5; 2)$ și dreapta d de ecuație $y = x + 1$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p** 6. Arătați că $\sin(a - b) \cdot \sin(a + b) = (\sin a - \sin b) \cdot (\sin a + \sin b)$, pentru orice numere reale a și b .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x, y) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & 2 \\ x^2 + 1 & y^2 + 1 & 5 \end{vmatrix}$, unde x și y sunt numere reale.
- 5p** a) Calculați $D(1, -1)$.
- 5p** b) Arătați că $D(x, y) = (x - 2)(y - 2)(y - x)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $D(2^x, 4^x) = 0$.
2. Pe mulțimea $G = (1, \infty)$ definim legea $x * y = \frac{1}{2} \sqrt{x^2 y^2 - x^2 - y^2 + 5}$
- 5p** a) Arătați că $x * y = \sqrt{\frac{1}{4}(x^2 - 1)(y^2 - 1)} + 1$, $\forall x, y \in (1, \infty)$.
- 5p** b) Determinați elementele simetrizabile din G în raport cu legea $*$.
- 5p** c) Demonstrați că funcția $f: (0, \infty) \rightarrow (1, \infty)$, $f(x) = \sqrt{2x + 1}$ este bijectivă și $f(x \cdot y) = f(x) * f(y)$, $\forall x, y \in (0, \infty)$

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2e^x + 3x^2 - 2x + 5$
- 5p** a) Să se calculeze $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)}$.
- 5p** b) Să se demonstreze că funcția este crescătoare pe $[0, \infty)$.
- 5p** c) Să se arate că funcția f nu este surjectivă.

2. Se consideră funcțiile $f: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2x}{(x+1)(x^2+1)}$ și $F: (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$.

$F(x) = a \ln(x+1) + b \ln(x^2+1) + c \arctg x$, unde a, b, c sunt parametri reali.

5p a) Calculați $\int \frac{x+1}{2x} \cdot f(x) dx$.

5p b) Să se determine a, b, c astfel încât F să fie o primitivă a funcției f .

5p c) Să se studieze monotonia funcției F , dacă F este o primitivă a funcției f .

Simulare județeană
Examenul național de bacalaureat național 2025
Proba E.c)
Matematică M_mate-info

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$z = 6 - 3i + 4i - 2i^2 - 4 - 4i = 4 - 3i$ $ z = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$	3p
2.	$\Delta = (2m + 1)^2 - 4m(m - 1) = 8m + 1$ $\Delta \leq 0, \text{ deci } m \in \left(-\infty, -\frac{1}{8}\right)$	2p 3p
3.	$(3 \cdot 2)^x \cdot 2 = 72 \Leftrightarrow 6^x = 36$ $x = 2$	2p 3p
4.	<p>În mulțimea A sunt 100 de numere, deci sunt 100 de cazuri posibile.</p> <p>În mulțimea A sunt 9 numere care sunt multipli de 11, deci sunt 9 cazuri favorabile.</p> $p = \frac{\text{număr cazuri favorabile}}{\text{număr cazuri posibile}} = \frac{9}{100}$	2p 2p 1p

5.	Panta dreptei d este $m_d = 1 \Rightarrow$ panta unei drepte perpendiculare pe dreapta d este $m = -1$	2p
	Ecuția dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d este	3p
$y = -x - 3$		
6.	$\sin(a - b) \cdot \sin(a + b) = \sin^2 a \cdot \cos^2 b - \sin^2 b \cdot \cos^2 a =$	2p
	$= \sin^2 a (1 - \sin^2 b) - \sin^2 b (1 - \sin^2 a) =$	3p
	$= \sin^2 a - \sin^2 b = (\sin a - \sin b)(\sin a + \sin b)$, pentru orice numere reale a și b	

SUBIECTUL al II-lea
(30 de puncte)

1.a)	$D(1, -1) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$	2p
	$D(1, -1) = -6$	3p
b)	$D(x, y) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x-2 & y-2 & 2 \\ (x-2)(x+2) & (y-2)(y+2) & 5 \end{vmatrix} =$	2p
	$= (x-2)(y-2) \cdot \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ x+2 & y+2 & 5 \end{vmatrix}$	2p
	$= (x-2)(y-2)(y-x)$	1p
c)	$D(x^2, 4^x) = (2^x - 2)(4^x - 2)(4^x - 2^x)$	2p
	$2^x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$	1p
	$4^x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$	1p
	$4^x - 2^x = 0 \Rightarrow x = 0$	1p
2.a)	$\sqrt{\frac{1}{4}(x^2 - 1)(y^2 - 1) + 1} = \frac{1}{2}\sqrt{(x^2 - 1)(y^2 - 1) + 4} =$	2p
	$= \frac{1}{2}\sqrt{x^2 \cdot y^2 - x^2 - y^2 + 5} = x * y$	3p
b)	Dem. comutativitatea	1p
	Determ. elementul neutru $e = \sqrt{5}$	1p
	$x \in G$ este simetrizabil $\Leftrightarrow \exists x' \in G$ a.î. $x * x' = x' * x = e$	1p

Probă scrisă la matematică M_mate-info

Barem de evaluare și de notare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

	$\frac{1}{2}\sqrt{((x')^2 - 1)(x^2 - 1) + 4} = \sqrt{5}, x' = \sqrt{1 + \frac{16}{x^2 - 1}} > 1$ <p>Deci toate elementele sunt simetrizabile</p>	1p
		1p
c)	$f(x) * f(y) = \sqrt{\frac{1}{2}(f^2(x) - 1)(f^2(y) - 1) + 1} = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2y - 1} = \sqrt{2xy - 1}$ $= f(x \cdot y)$ <p><i>f</i> strict crescătoare \Rightarrow <i>f</i> injectivă <i>Imf</i> = (1, ∞) \Rightarrow <i>f</i> surjectivă</p>	2p
		2p
		1p

SUBIECTUL al III-lea
(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2e^x + 6x - 2$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2e^x + 6x - 2}{2e^x + 3x^2 - 2x + 5} = 1$	2p
		3p
b)	$f'(x) = 2e^x + 6x - 2 = 2(e^x - 1) + 6x$ și cum $e^x \geq 1, \forall x \geq 0$ atunci $f'(x) \geq 0, \forall x \geq 0$ <i>f</i> este crescătoare pe $[0, \infty)$	3p
		2p
c)	$f_{(x)} = 2e^x + x^2 - 2x + 1 + 2x^2 + 4 = 2e^x + (x - 1)^2 + 2x^2 + 4$ deci $f_{(x)} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ <i>f</i> nu este surjectivă	3p
		2p
2.a)	$\int \frac{x+1}{2x} \cdot f_{(x)} dx = \int \frac{1}{x^2+1} dx =$ $= \arctg x + e$	3p
		2p
b)	$F'(x) = f_{(x)}, \text{ pentru orice } x \in (-1, \infty)$ deci $\frac{a}{x+1} + \frac{2bx}{x^2+1} + \frac{c}{x^2+1} = \frac{2x}{(x+1)(x^2+1)}$ $\Rightarrow a = -1, b = \frac{1}{2}, c = 1$	2p
		3p
c)	$F'(x) = f_{(x)} > 0 \text{ pentru orice } x > 0 \text{ deci } F \text{ este strict crescătoare pe } (0, \infty)$ $F'(x) = f_{(x)} \leq 0 \text{ pentru orice } x \leq 0 \text{ deci } F \text{ este descrescătoare pe } (-1, 0]$	3p
		2p