

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\left(0,2 + \frac{3}{10}\right) \cdot 10 = 5$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 3$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 7$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x^2 + 2x + 4} = 2$.
- 5p** 4. După o scumpire cu 50%, prețul unui obiect este de 225 de lei. Determinați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$, $B(5,0)$ și $C(5,5)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $AB = 3$ și $BC = 5$. Arătați că $\operatorname{tg} B = \frac{4}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2)) = 4$.
- 5p** b) Arătați că $A(3) + 2A(1) = 3A(2)$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x pentru care $A(x) \cdot A(x^2) = I_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2$.
- 5p** a) Arătați că $2 \circ 3 = 3$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x \circ 4 = x + 6$.
- 5p** c) Arătați că $(x - 2) \circ (x + 2) \geq -3$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 3}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 - 3)^2}$, $x \in (2, +\infty)$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x)}{e^x} = 0$.
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{e^{x-3}}{x^2 - 3} \geq \frac{1}{6}$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + \ln x$.

5p a) Arătați că $\int_2^4 (f(x) - \ln x) dx = 6$.

5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x) - x}{x} dx = \frac{1}{2}$.

5p c) Determinați numărul natural nenul n pentru care $\int_1^n f(x) dx = 2 + 3 \ln n$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\left(0,2 + \frac{3}{10}\right) \cdot 10 = (0,2 + 0,3) \cdot 10 =$ $= 0,5 \cdot 10 = 5$	3p 2p
2.	$f(a) = 2a + 3$ $2a + 3 = 7$, de unde obținem $a = 2$	2p 3p
3.	$x^2 + 2x + 4 = 4 \Rightarrow x(x + 2) = 0$ $x = 0$ sau $x = -2$, care convin	3p 2p
4.	$x + \frac{50}{100} \cdot x = 225$, unde x este prețul inițial al obiectului $x = 150$ de lei	3p 2p
5.	$AB = 5$ $BC = 5$, deci triunghiul ABC este isoscel	2p 3p
6.	$AC = 4$ $\operatorname{tg} B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2)) = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - 0 \cdot 0 =$ $= 4 - 0 = 4$	3p 2p
b)	$A(3) + 2A(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 12 \end{pmatrix} =$ $= 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 3A(2)$	3p 2p
c)	$A(x) \cdot A(x^2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{x^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{x+x^2} \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{x+x^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 2^{x+x^2} = 1$, de unde obținem $x = 0$ sau $x = -1$	2p 3p
2.a)	$2 \circ 3 = 2 \cdot 3 - 2 - 3 + 2 =$ $= 6 - 2 - 3 + 2 = 3$	3p 2p
b)	$x \circ 4 = x \cdot 4 - x - 4 + 2 = 3x - 2$, pentru orice număr real x $3x - 2 = x + 6$, de unde obținem $x = 4$	3p 2p

c)	$(x-2) \circ (x+2) = x^2 - 2x - 2 =$	2p
	$= (x-1)^2 - 3 \geq -3$, pentru orice număr real x	3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{e^x(x^2-3) - e^x \cdot 2x}{(x^2-3)^2} =$	3p
	$= \frac{e^x(x^2-2x-3)}{(x^2-3)^2}$, $x \in (2, +\infty)$	2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{xf(x)}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \cdot \frac{e^x}{x^2-3}}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x^2 \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)} =$	3p
	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \left(1 - \frac{3}{x^2}\right)} = 0$	2p
c)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$; $f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (2, 3] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(2, 3]$; $f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [3, +\infty) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $[3, +\infty)$	3p
	$f(3) = \frac{e^3}{6}$, deci $f(x) \geq \frac{e^3}{6}$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$, de unde obținem $\frac{e^{x-3}}{x^2-3} \geq \frac{1}{6}$, pentru orice $x \in (2, +\infty)$	2p
2.a)	$\int_2^4 (f(x) - \ln x) dx = \int_2^4 (x + \ln x - \ln x) dx = \int_2^4 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _2^4 =$	3p
	$= \frac{16}{2} - \frac{4}{2} = 6$	2p
b)	$\int_1^e \frac{f(x) - x}{x} dx = \int_1^e \frac{x + \ln x - x}{x} dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} dx = \int_1^e \ln x \cdot (\ln x)' dx = \frac{(\ln x)^2}{2} \Big _1^e =$	3p
	$= \frac{(\ln e)^2}{2} - \frac{(\ln 1)^2}{2} = \frac{1}{2}$	2p
c)	$\int_1^n f(x) dx = \int_1^n (x + \ln x) dx = \int_1^n (x + x' \ln x) dx = \left(\frac{x^2}{2} + x \ln x - x \right) \Big _1^n = \frac{n^2 - 2n + 1}{2} + n \ln n$, pentru orice număr natural nenul n	3p
	$\frac{(n-1)^2}{2} + n \ln n = 2 + 3 \ln n \Leftrightarrow (n-3)(n+1+2 \ln n) = 0$ și, cum n este număr natural nenul, obținem $n = 3$	2p