

Examenul național de bacalaureat 2023

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{tehnologic}}$

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(1-0,2):2+0,3\cdot 2=1$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=x^2-3x+2$ și $g:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $g(x)=x+m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m pentru care $f(2)=g(2)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $7^{x+3}=49^x$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 30%, un produs costă 210 lei. Determinați prețul produsului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$ și $B(2,-1)$. Arătați că triunghiul OMB este dreptunghic în O , unde M este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Arătați că $\sqrt{3}\sin 45^\circ + 2\sin 30^\circ - \sqrt{2}\cos 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(2))=8$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(0)\cdot A(0)=A(x)$.
- 5p** c) Arătați că, dacă x și y sunt numere reale distincte astfel încât $\det(A(x))=\det(A(y))$, atunci $x+y=-1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=4xy-3x+2y-1$.
- 5p** a) Arătați că $1*2=8$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $x*(-1)=4$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $x*a=-x$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1+\frac{8}{x}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x)=\frac{2(x^2-4)}{x^2}$, $x\in(0,+\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(1-x)\geq f(1+x)$, pentru orice $x\in(0,1)$.
2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}$, $f(x)=3x^2+4x+2$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^2 (f(x)-4x)dx=12$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 (f(x)-3x^2-2)e^x dx=4$.
- 5p** c) Determinați $a\in(0,+\infty)$ pentru care $\int_{-1}^0 a\cdot f'(x)\cdot (f(x))^{a-1} dx=63$.

Examenul național de bacalaureat 2023
Proba E. c)
Matematică $M_{tehnologic}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(1-0,2):2+0,3\cdot 2=0,8:2+0,6=$ $=0,4+0,6=1$	3p 2p
2.	$f(2)=0$, $g(2)=2+m$ $0=2+m$, de unde obținem $m=-2$	3p 2p
3.	$7^{x+3}=7^{2x}$, de unde obținem $x+3=2x$ $x=3$	3p 2p
4.	$x-\frac{30}{100}\cdot x=210$, unde x este prețul înainte de ieftinire $x=300$ de lei	3p 2p
5.	$M(1,2)$, deci $OM=\sqrt{5}$ și $MB=\sqrt{10}$ $OB=\sqrt{5}$, deci $MB^2=OB^2+OM^2$, de unde obținem că triunghiul OMB este dreptunghic în O	3p 2p
6.	$\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\sqrt{3}\sin 45^\circ+2\sin 30^\circ-\sqrt{2}\cos 30^\circ=\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+1-\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(2)=\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(2))=\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=4\cdot 1-(-2)\cdot 2=$ $=4+4=8$	3p 2p
b)	$A(0)=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A(0)\cdot A(0)=\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} x+2 & -2 \\ 2 & x-1 \end{pmatrix}$, de unde obținem $x=-2$	3p 2p
c)	$\det(A(x))=x^2+x+2$, pentru orice număr real x $x^2+x+2=y^2+y+2 \Rightarrow (x-y)(x+y+1)=0$ și, cum x și y sunt numere reale distincte, obținem $x+y+1=0$, deci $x+y=-1$	2p 3p
2.a)	$1*2=4\cdot 1\cdot 2-3\cdot 1+2\cdot 2-1=$ $=8-3+4-1=8$	3p 2p
b)	$x*(-1)=-7x-3$, pentru orice număr real x $-7x-3=4 \Rightarrow -7x=7$, de unde obținem $x=-1$	2p 3p

c)	$4ax - 3x + 2a - 1 = -x \Rightarrow 4ax - 2x + 2a - 1 = 0 \Rightarrow 2x(2a - 1) + 2a - 1 = 0$, pentru orice număr real x $a = \frac{1}{2}$	3p 2p
-----------	---	----------------------------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = 2 - \frac{8}{x^2} =$ $= \frac{2x^2 - 8}{x^2} = \frac{2(x^2 - 4)}{x^2}, x \in (0, +\infty)$	3p 2p
b)	$f(2) = 7, f'(2) = 0$ Ecuția tangentei este $y - f(2) = f'(2)(x - 2)$, adică $y = 7$	2p 3p
c)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2; f'(x) \leq 0$, pentru orice $x \in (0, 2] \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $(0, 2]$ $0 < 1 - x < 1 + x < 2$, pentru orice $x \in (0, 1)$, de unde obținem $f(1 - x) \geq f(1 + x)$, pentru orice $x \in (0, 1)$	2p 3p
2.a)	$\int_0^2 (f(x) - 4x) dx = \int_0^2 (3x^2 + 2) dx = (x^3 + 2x) \Big _0^2 =$ $= 2^3 + 2 \cdot 2 = 12$	3p 2p
b)	$\int_0^1 (f(x) - 3x^2 - 2) e^x dx = \int_0^1 4xe^x dx = 4(x - 1)e^x \Big _0^1 =$ $= 0 + 4 = 4$	3p 2p
c)	$\int_{-1}^0 a \cdot f'(x) \cdot (f(x))^{a-1} dx = (f(x))^a \Big _{-1}^0 = 2^a - 1$, pentru orice $a \in (0, +\infty)$ $2^a - 1 = 63$, de unde obținem $a = 6$, care convine	3p 2p