SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, ianuarie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $2(2-0,(3))+(\frac{3}{2})^{-1}=4$.

5p **2.** Determinați punctul de intersecție al graficelor funcțiilor f , g : ℝ → ℝ, f (x) = 2x+1 și g(x) = -4x+7.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația $3^{2x-3}=27$.

5p **4.** Calculați prețul unui obiect dacă după o scumpire cu 25% costă 240 lei.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele A(3;-2), B(1;4). Calculați coordonatele punctului C știind că este simetricul lui A față de B .

5p 6. Calculați perimetrul triunghiului ABC știind că AB = 5 cm, BC = 10 cm și $m(\sphericalangle B)=60^0$.

Subiectul al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A(a)=\begin{pmatrix}1 & 2\\ a & -1\end{pmatrix}, unde\ a\in\mathbb{R}\ și\ I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det(A(0))=-1$;

5p **b)** Determinați numerele reale $x\ și\ y$ pentru care $A(x)\cdot A(y)=I_2$;

5p **c)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A^2(a)-I_2)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=x+y-3$.

5p **a)** Arătați că $[(-3)*3]*[(-2)*2]=-9$;

5p **b)** Demonstrați că legea de compoziție este asociativă ;

5p **c)** Determinați valorile numărului natural n pentru care $n^2*n\le -1$.

Subiectul al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, f(x)=$\begin{cases}2+\sqrt{x}, x\geq 0\\ e^x+1, x<0\end{cases}$

5p **a)** Să se studieze continuitatea funcției în punctul de abscisă $x_0=0$;

5p **b)** Să se determine asimptota către -∞ la graficul funcției f;

5p **c)** Să se demonstreze că f este concavă pe intervalul $(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcțiile $f:[1,4]\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2}{x}-x$ și $F:[1,4]\to\mathbb{R}, F(x)=2lnx-\frac{x^2}{2}+1$

5p **a)** Arătați că F este o primitivă a funcției f pe intervalul $[1,4]$;

5p **b)** Arătați că $\int_1^3 f^2(x)dx=\frac{10}{3}$;

5p **c)** Să se calculeze $\int_1^e f(x)lnxdx$.

SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

Matematică M_*tehnologic*, ianuarie 2023

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I

1.	$0,(3)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$, $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}=\frac{2}{3}$ $2\left(2-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{3}=4-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=4$	**2p** **3p**
2.	$G_f \cap G_g=\{I\}$ *avem* $f(x)=g(x)$, 2x+1 = -4x+7 6x =6, x = 1, f(1) = 2+1=3 , de unde I(1,3)	**3p** **2p**
3.	$3^{2x-3}=3^3$, 2x-3 = 3, de unde x = 3.	**3p** **2p**
4.	Fie pretul inițial x, avem $x+\frac{25}{100}x=240$ lei $\frac{125}{100}x=240$, $x=192$ *lei*	**2p** **3p**
5.	B fiind mijlocul segmentului AC coordonatele sale se calculeaza cu formulele $x_B=\frac{x_A+x_C}{2}$; $y_B=\frac{y_A+y_C}{2}$; $1=\frac{3+x_C}{2}$ *si* $4=\frac{-2+y_C}{2}$, de unde obținem $x_C=-1$, $y_C=10$.	**3p** **2p**
6.	Teorema cosinusului $AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B$ $AC^2=5^2+10^2-2\cdot5\cdot10\cdot\frac{1}{2}=75$, $AC=5\sqrt{3}$ cm,	**3p**

	Perimetrul = AB+BC+AC = (15+5$\sqrt{3}$)cm = 5(3+ $\sqrt{3}$) cm	**2p**

SUBIECTUL al II-lea

1.a)	$\det(A(0)) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1) - 2 \cdot 0 =$ $= -1 - 0 = -1$	**3p** **2p**
b)	$A(x) \cdot A(y) = \begin{pmatrix} 1+2y & 0 \\ x-y & 2x+1 \end{pmatrix}$ $A(x) \cdot A(y) = I_2 <=> 1+2y = 1, 1+2x = 1, x-y = 0 <=> x = y = 0$	**2p** **3p**
c)	$\det(A^2(a) - I_2) = 0 <=> \begin{vmatrix} 2a & 0 \\ 0 & 2a \end{vmatrix} = 0$ $4a^2 = 0 <=> a = 0$	**3p** **2p**
2.a)	$[(-3) * 3] * [(-2) * 2] = (-3) * (-3) =$ $= -3 - 3 - 3 = -9$	**3p** **2p**
b)	$(x * y) * z = (x + y - 3) * z = (x + y - 3) + z - 3 = x + y + z - 6,$ $x * (y * z) = x * (y + z - 3) = x + (y + z - 3) - 3 = x + y + z - 6$ Cum $(x * y) * z = x * (y * z), \ \forall x, y, z \in R$ => legea de compoziție „ $*$” este asociativă.	**3p** **2p**
c)	$n^2 * n \leq -1 \ <=> \ n^2 + n - 2 \leq 0 \ <=> n \in [-2; 1]$ Cum n e număr natural, atunci $n \in \{0; 1\}$.	**3p** **2p**

SUBIECTUL al III-lea

1.a)	Se arată că $l_s(0) = l_d(0) = f(0) = 2$ Deci f este continuă în 0.	**3p** **2p**
b)	Se calculează $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (e^x + 1) = 0 + 1 = 1$	**3p** **2p**

	Deci, dreapta de ecuație y=1 este asimptotă orizontală la graficul funcției f.	
c)	$$\mathrm{f}'(\mathrm{x}) = \frac{1}{2\sqrt{\mathrm{x}}}, \mathrm{x} \in (0, +\infty)$$ $$\mathrm{f}''(\mathrm{x}) = -\frac{1}{4\sqrt{x^3}} < 0, (\forall)\ \mathrm{x} \in (0, +\infty)$$ Deci funcția f este concavă pe intervalul $(0, +\infty)$	**2p** **2p** **1p**
2.a)	Se arată că $\mathrm{F}'(x) = \frac{2}{x} - x$, oricare ar fi $\mathrm{x} \in [1,4]$ De unde rezultă că $\mathrm{F}'(x) = f(x)$, oricare ar fi $\mathrm{x} \in [1,4]$ Așadar, F este primitive lui f pe intervalul [1,4]	**2p** **2p** **1p**
b)	$\int_1^3 \left(\frac{2}{x} - x\right)^2 dx = \int_1^3 \left(\frac{4}{x^2} - 4 + x^2\right) dx = -4 \cdot \frac{1}{x}\Big\|_1^3 - 4 \cdot x\Big\|_1^3 + \frac{x^3}{3}\Big\|_1^3 =$ $= -4\left(\frac{1}{3} - 1\right) - 4(3-1) + \frac{1}{3}(27-1) =$ $= \frac{10}{3}$.	**3p** **2p**
c)	$\int_1^e f(x) lnx dx = \int_1^e \left(\frac{2}{x} - x\right) lnx dx = \int_1^e \frac{2}{x} lnx dx - \int_1^e x lnx dx =$ $2\int_1^e \frac{lnx}{x} dx - \int_1^e x lnx dx$ $\int_1^e \frac{lnx}{x} dx = ln^2 x\Big\|_1^e - \int_1^e \frac{lnx}{x} dx \quad \Longrightarrow \int_1^e \frac{lnx}{x} dx = \frac{1}{2}(ln^2 e - ln^2 1) = \frac{1}{2}$ $\int_1^e x lnx dx = \frac{x^2}{2} lnx\Big\|_1^e - \frac{1}{2}\int_1^e x dx = \frac{x^2}{2} lnx\Big\|_1^e - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2}\Big\|_1^e = \frac{e^2+1}{4}$ $\int_1^e f(x) lnx dx = 1 - \frac{e^2+1}{4} = \frac{3-e^2}{4}$	**2p** **2p** **1p**