

Inspectoratul Școlar Județean Dolj
Examenul național de bacalaureat 2023
Simulare județeană
Proba Ec)
Matematică M_tehnologic

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|---|
| 5p | 1. Arătați că $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) : \frac{5}{12} = \frac{1}{5}$. |
| 5p | 2. Aflați distanța de la vârful parabolei asociată funcției $f: R \rightarrow R, f(x) = x^2 - 3x + 2$, la axa Ox. |
| 5p | 3. Rezolvați în R ecuația $\log_2 x + \log_2(x - 3) = \log_2 4$. |
| 5p | 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr natural de 2 cifre \overline{ab} acesta să aibă cifra zecilor, impară și cifra unităților pară. |
| 5p | 5. Să se determine numărul real a , știind că dreptele $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$ și $d_2: ax + 15y - 6 = 0$ sunt paralele. |
| 5p | 6. Se consideră triunghiul ascuțitunghic ABC în care $\sin 60^\circ \cdot \sin A = \cos 30^\circ \cdot \cos A$. Calculați $\operatorname{tg} A$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | 1. Se consideră matricea $A \in M_2(R), A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x+1 \\ x & -1 \end{pmatrix}$. |
| 5p | a) Arătați că $1 + \det A(0) = 0$. |
| 5p | b) Calculați $A^2(1) - A(2) \cdot A(3)$. |
| 5p | c) Arătați că matricea $B = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ este inversa matricei $A(1)$. |
| | 2. Pe mulțimea R se definește legea de compoziție asociativă și comutativă $x * y = xy - x - y + 2$. |
| 5p | a) Arătați că $x * y = (x - 1) \cdot (y - 1) + 1$ |
| 5p | b) Determinați elementele simetrizabile egale cu simetricile lor în raport cu legea “*”. |
| 5p | c) Determinați numerele reale a , știind că $a * a * a = 2023^3 + 1$. |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|-----------|--|
| | 1. Se consideră funcția $f: R - \{1\} \rightarrow R, f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$. |
| 5p | a) Arătați că $f'(x) = \frac{-1}{(x-1)^2}$. |
| 5p | b) Să se determine asimptotele la graficul funcției. |
| 5p | c) Folosind tabelul de variație al funcției să se determine imaginea lui $f(x)$. |
| | 2. Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = e^x(x^2 + x + 1)$. |
| 5p | a) Să se calculeze $\int [f(x) - (x^2 + 1) \cdot e^x] dx$. |
| 5p | b) Să se calculeze $\int \frac{f(x)}{(x^2+x+1)(e^x+2)} dx$ |
| 5p | c) Să se determine punctele de inflexiune ale primitivei $F(x)$ a funcției $f(x)$. |

Examenul național de bacalaureat 2023
Simulare județeană
Proba Ec)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 1

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale, profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ $\frac{1}{12} : \frac{5}{12} = \frac{1}{5}$	3p
2.	$V\left(\frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$ $\text{Dist}(V; O_x) = \left -\frac{1}{4} \right = \frac{1}{4}$	3p 2p
3.	C.E. $x > 0$ și $x-3 > 0$ rezultă $x > 3$, $\log_2 4 = 2$ $\log_2 x(x-3) = 2 = \log_2 4 \rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0$, $x_1 = 4$ (soluție bună), $x_2 = -1$ (F)	2p 3p
4.	$a \in \{1, 3, 5, 7, 9\}$ și $b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ Numarul \overline{ab} poate avea 5·5 cazuri favorabile. Sunt 90 de cazuri posibile $P = \frac{5}{18}$	2p 2p 1p
5.	$d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$ $m_{d_1} = \frac{2}{3}$ și $m_{d_2} = -\frac{a}{15}$ $a = -10$	2p 2p 1p
6.	$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Dacă triunghiul ABC este ascuțitunghic rezultă $\cos A \neq 0$ și prin împărțirea relației cu membrul drept se obține $\text{tg } A = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $\det A(0) = -1$ $1 + \det A(0) = 0$.	3p 2p
b)	$A^2(1) = 3 \cdot I_2$ $A(2) \cdot A(3) = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ -1 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}$.	2p 2p 1p
c)	$A(1) \cdot B = I_2$ $B \cdot A(1) = I_2$ concluzia	2p 2p 1p
2.a)	$xy - x - y + 2 = x(y-1) - (y-1) + 1 =$ $(x-1)(y-1) + 1$	3p 2p
b)	Determinarea elementului neutru $e=2$ Relația $(x-1)(x'-1) + 1 = 2$, $x = x'$, rezultă $(x-1)^2 = 1$ $x=2$ și $x=0$	2p 2p 1p
c)	$a * a * a = (a-1)^3 + 1$	3p

	$(a - 1)^3 + 1 = 2023^3 + 1$ deci $a - 1 = 2023 \rightarrow a = 2024$	2p
--	---	-----------

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{(2x - 1)'(x - 1) - (2x - 1)(x - 1)'}{(x - 1)^2}$ $= \frac{-1}{(x-1)^2}, x \in \mathbf{R}.$	3p 2p
b)	$x=1$ asimptotă verticală la stânga și la dreapta $y=2$ asimptotă orizontală la $\pm\infty$ Graficul funcției nu admite asimptote oblice	2p 2p 1p
c)	Alcătuirea tabelului de variație al funcției $\text{Im } f = \mathbf{R} - \{2\}$	3p 2p
2.a)	$\int [f(x) - (x^2 + 1) \cdot e^x] dx = \int x \cdot e^x dx =$ $x \cdot e^x - e^x + C$	2p 3p
b)	$I = \int \frac{f(x)}{(x^2+x+1)(e^x+2)} dx = \int \frac{e^x}{(e^x+2)} dx$ $\int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln u(x) + C \quad \text{unde } u(x) = e^x + 2 \rightarrow I = \ln(e^x + 2) + C$	2p 3p
c)	$F''(x) = f'(x) = e^x(x^2 + 3x + 2)$ Tabelul cu semnul lui $F''(x)$. Puncte de inflexiune în $x = -2$ și $x = -1$	2p 3p