Simulare, Bacalaureat, 28 ianuarie 2022
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul efectiv de lucru este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Arătaţi că $\left(\sqrt{12}-1\right)\left(2\sqrt{3}+1\right)-\sqrt{81}=2$.
5p	**2.** Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$. Determinaţi coordonatele punctelor de intersecţie ale graficului funcţiei f cu axele de coordonate.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\sqrt{2x+3}=x$.
5p	**4.** Determinaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulţimea numerelor naturale de două cifre distincte, acesta să aibă produsul cifrelor egal cu 18.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,4)$, $B(1,1)$ şi $C(3,-1)$. Determinaţi distanţa de la punctul A la mijlocul segmentului BC.
5p	**6.** În triunghiul ABC $AB=3\sqrt{3}$, $AC=3$ şi $BC=6$. Determinaţi $\cos B$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}4a+1 & 8a\\ 2a & 4a+1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.
5p	**a)** Arătaţi că $\det\left(A(1)\right)=9$.
5p	**b)** Demonstraţi că $A(a)\cdot A(b)=A(a+b+8ab)$, pentru orice numere reale a şi b.
5p	**c)** Determinaţi numerele naturale m şi n pentru care $A(m)\cdot A(n)=A(9mn-6)$.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x*y=xy+4(x+y)+12$.
5p	**a)** Arătaţi că $(-2)*(-4)=-4$.
5p	**b)** Arătaţi că $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziţie „*”.
5p	**c)** Determinaţi mulţimea valorilor reale ale lui x pentru care $x*(x+3)\le 0$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\ln x-\sqrt{x}$.
5p	**a)** Arătaţi că $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}=0$.
5p	**b)** Determinaţi ecuaţia asimptotei verticale la graficul funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că ecuaţia $f(x)=0$ nu admite nicio soluţie în intervalul $(0,\infty)$.
	2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2+1\right)$.
5p	**a)** Calculaţi $\int\dfrac{f(x)}{e^x}dx$.
5p	**b)** Demonstraţi că funcţia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=e^x(x^2-2x+3)+2022$ este o primitivă a funcţiei f.
5p	**c)** Demonstraţi că orice primitivă a funcţiei f este convexă pe $\mathbb{R}$.

Simulare, Bacalaureat, 28 ianuarie 2022
Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE ***Simulare***

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\left(\sqrt{12}-1\right)\left(2\sqrt{3}+1\right)-\sqrt{81}=\left(2\sqrt{3}\right)^2-1-9=$ $=12-1-9=2$	**3p** **2p**
2.	Intersecția cu axa Ox : $f(x)=0\Rightarrow 2x+1=0\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$ Intersecția cu axa Oy : $f(0)=2\cdot 0+1=1$ Punctele au coordonatele: $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ şi $(0,1)$	**2p** **2p** **1p**
3.	$2x+3=x^2\Rightarrow x^2-2x-3=0$ $\Rightarrow x_1=3,\ x_2=-1$ $x=3$ care convine	**2p** **2p** **1p**
4.	Numerele naturale de două cifre distincte sunt în număr de 81, deci sunt 81 de cazuri posibile Numere care convin: 36, 63, 92, 29. Deci sunt 4 cazuri favorabile. $p=\frac{nr.caz.favorabile}{nr.caz.posibile}=\frac{4}{81}$	**2p** **2p** **1p**
5.	M mijlocul segmentului BC are coordonatele $x_M=\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{1+3}{2}=2$, $y_M=\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{1-1}{2}=0$ Deci $M(2,0)$ $AM=\sqrt{(x_A-x_M)^2+(y_A-y_M)^2}=\sqrt{(2-2)^2+(4-0)^2}=$ $=4$	**2p** **2p** **1p**
6.	$\cos B=\frac{BC^2+AB^2-AC^2}{2\cdot BC\cdot AB}=\frac{36+27-9}{2\cdot 6\cdot 3\sqrt{3}}=\frac{54}{36\sqrt{3}}$ $=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$	**3p** **2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det(A(1))=\begin{vmatrix}5 & 8\\ 2 & 5\end{vmatrix}=5\cdot 5-2\cdot 8=$ $=25-16=9$	**3p** **2p**
b)	$A(a)\cdot A(b)=\begin{pmatrix}4a+1 & 8a\\ 2a & 4a+1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4b+1 & 8b\\ 2b & 4b+1\end{pmatrix}=$ $\begin{pmatrix}16ab+4a+4b+1+16ab & 32ab+8b+32ab+8a\\ 8ab+2a+8ab+2b & 16ab+16ab+4a+4b+1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}32ab+4a+4b+1 & 64ab+8a+8b\\ 16ab+2a+2b & 32ab+4a+4b+1\end{pmatrix}$ $=\begin{pmatrix}4(a+b+8ab)+1 & 8(a+b+8ab)\\ 2(a+b+8ab) & 4(a+b+8ab)+1\end{pmatrix}=A(a+b+8ab)$	**3p** **2p**
c)	$A(m+n+8mn)=A(9mn-6)\Rightarrow m+n+8mn=9mn-6\Rightarrow mn-m-n-6=0\Rightarrow$ $\Rightarrow(m-1)(n-1)=7$ și cum m și n sunt numere naturale, obținem $m=2$, $n=8$ sau $m=8$, $n=2$	**2p** **3p**
2.a)	$(-2)*(-4)=(-2)\cdot(-4)+4\cdot(-2)+4(-4)+12=$ $=8-8-16+12=-4$	**3p** **2p**
b)	$x*(-3)=x\cdot(-3)+4(x-3)+12=x$, oricare x real $(-3)*x=(-3)\cdot x+4(-3+x)+12=x$, oricare x real Deci numărul real $e=-3$ este elementul neutru al legii de compoziție „*”	**2p** **2p** **1p**
c)	$x*(x+3)=x^2+11x+24$ pentru orice număr real x $x^2+11x+24\le 0\Leftrightarrow(x+8)(x+3)\le 0$, De unde obținem $x\in[-8,-3]$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)-f(4)}{x-4}=f'(4)$ $f'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\Rightarrow f'(4)=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2\sqrt{4}}=0$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}f(x)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\left(\ln x-\sqrt{x}\right)=\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\ln x-\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\sqrt{x}=$ $=-\infty$, deci dreapta de ecuație $x=0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f	**3p** **2p**
c)	$f'(x)=0\Leftrightarrow x=4$ f este crescătoare pe $(0,4]$ și f descrescătoare pe $[4,\infty)$ și f continuă $f(x)\le f(4)=\ln 4-2<0$, oricare ar fi x real. Deci ecuația $f(x)=0$ nu are soluții pe $(0,\infty)$	**1p** **2p** **2p**
2.a)	$\int\dfrac{f(x)}{e^x}dx=\int\dfrac{e^x\cdot(x^2+1)}{e^x}dx=\int(x^2+1)dx=$	**3p**

	$=\int x^2dx+\int 1dx=\frac{x^3}{3}+x+c,\ \ c\in\mathbb{R}$	**2p**
b)	$g'(x)=e^{x'}\left(x^2-2x+3\right)+e^x\left(x^2-2x+3\right)'+2022'=$ $=e^x\left(x^2-2x+3+2x-2\right)=e^x\left(x^2+1\right)=f(x)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$ și g derivabilă, deci funcția g este o primitivă a funcției f.	**2p** **3p**
c)	Fie $G:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o primitivă a funcției $f\Rightarrow G'(x)=f(x)$, pentru orice $x\in\mathbb{R}$ $G''(x)=f'(x)=e^x(x+1)^2\geq 0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}$, deci orice primitivă a funcției f este convexă pe $\mathbb{R}$.	**2p** **3p**