

Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)
Matematică *M_tehnologic*

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $\frac{1}{8} + 3 \cdot \left(1 - \frac{3}{8}\right) = 2$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 2$. Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 0$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x} = 5^{2+x}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, acesta să verifice inegalitatea $n + 9 \leq 15$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,5)$, $B(4,-5)$ și $C(a,b)$, unde a și b sunt numere reale. Determinați numerele reale a și b , știind că punctul C este mijlocul segmentului AB .
- 5p 6. Arătați că $\sqrt{2} \cdot (\sin 45^\circ + \cos 45^\circ) \cdot \sin 30^\circ = 1$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Arătați că $\det A = 2$.
- 5p b) Arătați că $B + 3I_2 = 2A$.
- 5p c) Determinați numărul real x pentru care $A \cdot (xA + B) = 2xI_2$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 2xy - 3(x + y) + 1$.
- 5p a) Arătați că $1 \circ 0 = -2$.
- 5p b) Arătați că legea de compoziție „ \circ ” este comutativă.
- 5p c) Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care $x \circ (-2x) \geq 0$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3x-4}{x-4}$.
- 5p a) Arătați că $f'(x) = -\frac{8}{(x-4)^2}$, $x \in (4, +\infty)$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția $g: (4, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = f'(x)$ este crescătoare.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + (x+3)^2$.
- 5p a) Arătați că $\int_0^2 (f(x) - (x+3)^2) dx = 2$.
- 5p b) Arătați că $\int_{-2}^0 \frac{1}{f(x)-x} dx = \frac{2}{3}$.
- 5p c) Determinați numărul real a pentru care $\int_0^6 \frac{f(x)}{x+3} dx = 3(a - \ln 3)$.

Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică M_tehnologic
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Model

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$\frac{1}{8} + 3 \cdot \left(1 - \frac{3}{8}\right) = \frac{1}{8} + 3 \cdot \frac{5}{8} =$ $= \frac{1}{8} + \frac{15}{8} = 2$	3p 2p
2.	$f(a) = 2a - 2$, pentru orice număr real a $2a - 2 = 0$, de unde obținem $a = 1$	3p 2p
3.	$2x = 2 + x$ $x = 2$	3p 2p
4.	Mulțimea A are 9 elemente, deci sunt 9 cazuri posibile În mulțimea A sunt 6 numere n pentru care $n + 9 \leq 15$, deci sunt 6 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$	2p 3p
5.	$a = \frac{0 + 4}{2} = 2$ $b = \frac{5 + (-5)}{2} = 0$	3p 2p
6.	$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ $\sqrt{2} \cdot (\sin 45^\circ + \cos 45^\circ) \cdot \sin 30^\circ = \sqrt{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1$	3p 2p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$\det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 3 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) =$ $= 0 + 2 = 2$	3p 2p
b)	$B + 3I_2 = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} =$ $= 2 \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = 2A$	3p 2p
c)	$xA + B = \begin{pmatrix} 3x + 3 & 2x + 4 \\ -x - 2 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot (xA + B) = \begin{pmatrix} 7x + 5 & 6x + 6 \\ -3x - 3 & -2x - 4 \end{pmatrix}$, pentru orice număr real x $\begin{pmatrix} 7x + 5 & 6x + 6 \\ -3x - 3 & -2x - 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x & 0 \\ 0 & 2x \end{pmatrix}$, de unde obținem $x = -1$	3p 2p

2.a)	$1 \circ 0 = 2 \cdot 1 \cdot 0 - 3(1+0) + 1 =$ $= 0 - 3 + 1 = -2$	3p 2p
b)	$y \circ x = 2yx - 3(y+x) + 1 =$ $= 2xy - 3(x+y) + 1 = x \circ y$, pentru orice numere reale x și y , deci legea de compoziție „ \circ ” este comutativă	2p 3p
c)	$x \circ (-2x) = -4x^2 + 3x + 1$, pentru orice număr real x $-4x^2 + 3x + 1 \geq 0$, de unde obținem $x \in \left[-\frac{1}{4}, 1\right]$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = \frac{3(x-4) - (3x-4)}{(x-4)^2} =$ $= \frac{3x-12-3x+4}{(x-4)^2} = -\frac{8}{(x-4)^2}$, $x \in (4, +\infty)$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-4}{x-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{4}{x}}{1-\frac{4}{x}} = 3$ Dreapta de ecuație $y=3$ este asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f	3p 2p
c)	$g'(x) = f''(x) = \frac{16}{(x-4)^3}$, $x \in (4, +\infty)$ $g'(x) > 0$, pentru orice $x \in (4, +\infty)$, deci funcția g este crescătoare	3p 2p
2.a)	$\int_0^2 (f(x) - (x+3)^2) dx = \int_0^2 x dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^2 =$ $= \frac{4}{2} - 0 = 2$	3p 2p
b)	$\int_{-2}^0 \frac{1}{f(x)-x} dx = \int_{-2}^0 \frac{1}{(x+3)^2} dx = \int_{-2}^0 \frac{(x+3)'}{(x+3)^2} dx = -\frac{1}{x+3} \Big _{-2}^0 =$ $= -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$	3p 2p
c)	$\int_0^6 \frac{f(x)}{x+3} dx = \int_0^6 \frac{x+(x+3)^2}{x+3} dx = \int_0^6 \left(x+4 - \frac{3}{x+3}\right) dx = \frac{x^2}{2} \Big _0^6 + 4x \Big _0^6 - 3 \ln(x+3) \Big _0^6 = 42 - 3 \ln 3$ $42 - 3 \ln 3 = 3(a - \ln 3)$, de unde obținem $a = 14$	3p 2p